

## Chương 2

# TIẾT DIỆN CHỮ NHẬT CHỊU NÉN LỆCH TÂM PHẪNG

### 2.1. SƠ ĐỒ VÀ CÔNG THỨC CƠ BẢN

#### 2.1.1. Sơ đồ và ký hiệu

Xét tiết diện chữ nhật có các cạnh  $b, h$ .

$h$  - chiều cao tiết diện, là cạnh song song với mặt phẳng uốn.

$b$  - bề rộng, là cạnh vuông góc mặt phẳng uốn.

Trong những trường hợp thông thường cốt thép dọc chịu lực được đặt tập trung theo cạnh  $b$  và ký hiệu là  $A_s, A'_s$ .

$A'_s$  - diện tích tiết diện cốt thép ở phía gần với lực dọc đặt lệch tâm  $N$ , trong vùng bị nén nhiều.

$A_s$  - diện tích tiết diện cốt thép ở phía đối diện với  $A'_s$ , cốt thép  $A_s$  có thể bị kéo hoặc nén ít.

$a, a'$  khoảng cách từ trọng tâm  $A_s, A'_s$  đến mép tiết diện gần nhất.

$h_0 = h - a$  - chiều cao làm việc của tiết diện.

$Z_a = h_0 - a'$  - khoảng cách giữa trọng tâm  $A_s$  và  $A'_s$ .

$x$  - chiều cao vùng nén tính đối, gọi tắt là chiều cao vùng nén;

$R_b$  - cường độ tính toán về nén của bê tông. Giá trị  $R_b$  được lấy theo phụ lục 2 nhân với hệ số điều kiện làm việc  $\gamma_b$  cho ở phụ lục 1.

$\sigma_s, \sigma'_s$  - ứng suất trong cốt thép  $A_s$  và  $A'_s$ .

$R_s, R_{sc}$  - cường độ tính toán về kéo và nén của cốt thép, lấy theo phụ lục 3.

$\xi_R$  - hệ số tính toán giới hạn vùng nén, lấy theo phụ lục 4.

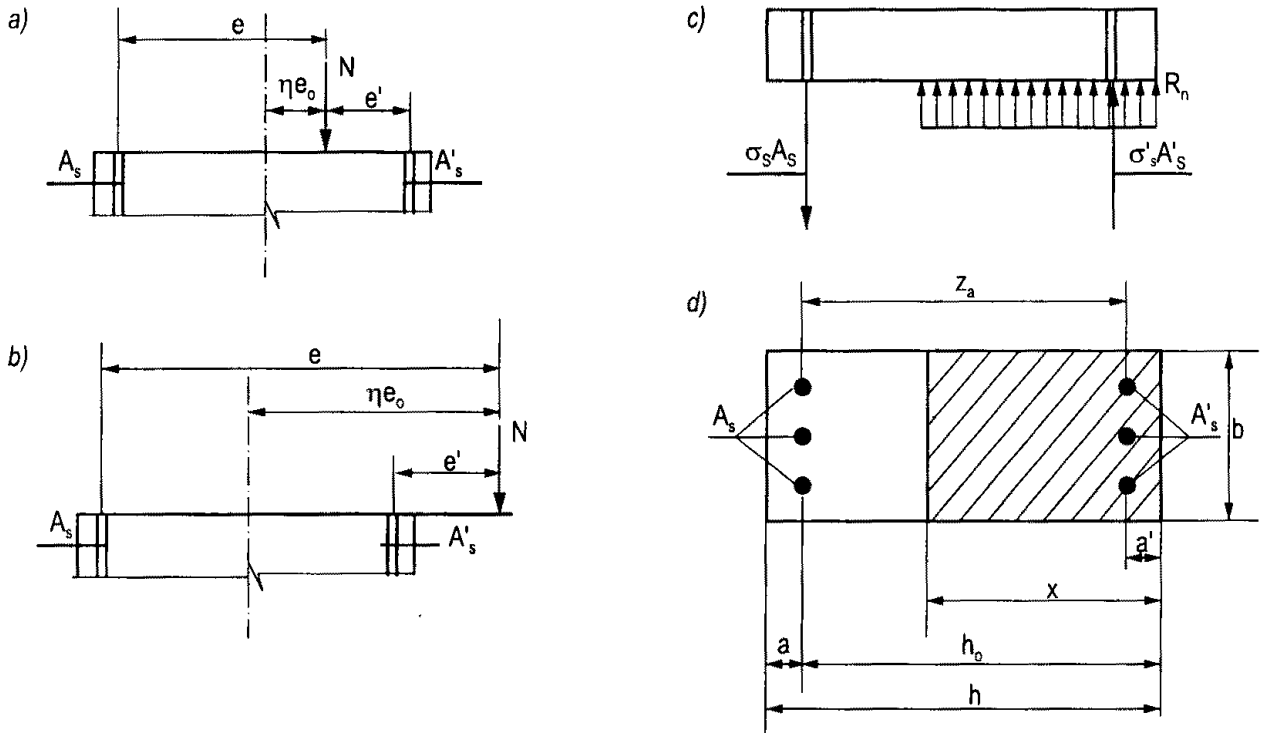
Sơ đồ lực tác dụng thể hiện trên hình 2.1a và 2.1b, với trục  $U$  để lấy mômen là trục đi qua trọng tâm của  $A_s$  hoặc  $A'_s$ . Như vậy giá trị  $e_u$  được lấy bằng  $e$  hoặc  $e'$  (xem công thức 1-20).

$e$  - khoảng cách từ điểm đặt lực dọc  $N$  đến trọng tâm cốt thép  $A_s$ .

$$e = \eta e_0 + 0,5h - a \quad (2-1)$$

$\eta \geq 1$  - hệ số xét đến ảnh hưởng uốn dọc, xác định theo công thức (1-11). Với tiết diện chữ nhật khi  $\lambda_h = \frac{l_0}{h} \leq 8$  có thể bỏ qua uốn dọc,  $\eta = 1$ .

$e'$  - khoảng cách từ điểm đặt lực  $N$  đến trọng tâm  $A'_s$ . Tùy trường hợp điểm đặt  $N$  ở khoảng giữa hay ở bên ngoài  $A_s, A'_s$  mà có cách tính khác nhau.



**Hình 2.1.** Sơ đồ tính toán

*a, b* - sơ đồ lực tác dụng; *c* - sơ đồ ứng suất; *d* - tiết diện

### 2.1.2. Điều kiện và công thức cơ bản

Điều kiện về độ bền là các điều kiện (1-1a) và (1-20) trong đó trục cơ bản để lấy mômen đi qua trọng tâm cốt thép  $A_s$  và như vậy  $M_u = Ne$ , điều kiện (1-20) được viết thành:

$$Ne \leq M_{1gh} \quad (2-2)$$

Trong một số trường hợp đặc biệt trục lấy mômen được cho đi qua trọng tâm  $A'_s$  và điều kiện sẽ là:

$$Ne' \leq M_{2gh} \quad (2-3)$$

$M_{1gh}$  - mômen giới hạn thể hiện khả năng chịu lực của tiết diện lấy đối với trục đi qua trọng tâm cốt thép  $A_s$ .

$$M_{1gh} = R_b b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + \sigma'_s A'_s Z_a \quad (2-4)$$

$M_{2gh}$  - mômen khả năng chịu lực của tiết diện lấy đối với trục đi qua trọng tâm  $A'_s$  (tùy trường hợp tính toán sẽ lập công thức sau).

Khả năng chịu nén của tiết diện  $N_{gh}$  được xác định bằng tổng hình chiếu các lực:

$$N_{gh} = R_b b x + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s \quad (2-5)$$

Trong công thức (2-4) và (2-5) tính toán với giá trị tuyệt đối của  $\sigma_s$  và  $\sigma'_s$  theo chiều đã ghi trên hình 2.1c. Nếu  $\sigma_s$  là nén thì ở công thức (2-5) lấy dấu cộng trước  $\sigma_s A_s$ . Trường hợp  $\sigma_s$  được tính theo công thức với dấu đại số, quy ước ứng suất kéo là dương thì vẫn giữ nguyên dấu của công thức (2-5) vì lúc  $\sigma_s$  là nén sẽ mang dấu âm. Giá trị của  $\sigma'_s$  và  $\sigma_s$  lấy theo mục 1.6.5, cụ thể là:

Khi :  $x \geq 2a'$  thì  $\sigma'_s = R_{sc}$  (2-6a)

Khi :  $x < \xi_R h_0$  thì  $\sigma_s = R_s$  (2-6b)

Như vậy điều kiện để dùng hết khả năng chịu lực của cốt thép là:

$$2a' \leq x < \xi_R h_0 \quad (2-6c)$$

Tính toán cốt thép hoặc kiểm tra khả năng chịu lực thường được tiến hành theo điều kiện (2-2) với  $M_{1gh}$  theo (2-4) trong đó  $x$  được xác định từ điều kiện  $N = N_{gh}$ . Với giả thiết là điều kiện (2-6c) được thỏa mãn thì có phương trình (2-7a):

$$N = N_{gh} = R_b b x + R_{sc} A'_s - R_s A_s \quad (2-7a)$$

Khi xảy ra  $x > \xi_R h_0$ , gặp trường hợp nén lệch tâm bé (mặc nhiên công nhận  $x > 2a'$  do đó  $\sigma'_s = R_{sc}$ ), để xác định  $x$  cần giải đồng thời hai phương trình. Phương trình thứ nhất là điều kiện cân bằng lực nén:

$$N = N_{gh} = R_n b x + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s \quad (2-7b)$$

Phương trình thứ hai là quan hệ giữa ứng suất  $\sigma_s$  và chiều cao vùng nén  $x$ , lấy theo một trong các công thức (1-23) hoặc (1-25).

Cần chú ý là chỉ có thể giải hệ hai phương trình vừa nêu khi đã biết cốt thép  $A_s, A'_s$  (bài toán kiểm tra) hoặc biết quan hệ giữa  $A_s$  và  $A'_s$  (tính toán cốt thép đối xứng). Khi chưa biết  $A_s$  và  $A'_s$  (bài toán tính cốt thép không đối xứng) có thể xác định  $x$  bằng công thức thực nghiệm, gần đúng.

Tiêu chuẩn thiết kế TCVN 5574 -1991 có đưa ra các công thức sau:

Khi  $e_0 < 0,2h_0$ , tính  $x$  theo công thức (2.8a):

$$x = h - \left( 1,8 + \frac{0,5h}{h_0} - 1,4\xi_R \right) e_0 \quad (2-8a)$$

Khi  $0,2h < e_0 \leq e_{op}$ , tính  $x$  theo (2-8b):

$$x = 1,8 (e_{op} - e_0) + \xi_R h_0 \quad (2-8b)$$

Trong đó:  $e_{op} = 0,4 (1,25h - \xi_R h_0)$  (2-9)

Khi  $e_0 > e_{op}$  lấy  $x = \xi_R h_0$  (2-8c)

Ngoài các công thức (2-8) cũng còn có một số công thức khác:

$$x = \left( \xi_R + \frac{1 - \xi_R}{1 + 50\varepsilon_0^2} \right) h_0 \quad (2-10)$$

$$x = \left[ \xi_R + (1 - 3\varepsilon_0)(1 - \xi_R) \right] h_0 \quad (2-11)$$

Trong hai công thức trên thì  $\varepsilon_0 = \frac{e_0}{h}$ . Công thức (2-10) dùng cho mọi  $\varepsilon_0$  còn công thức (2-11) chỉ dùng được khi  $\varepsilon_0 \leq \frac{1}{3}$ , khi  $\varepsilon_0 > \frac{1}{3}$  thì lấy  $x = \xi_R h_0$ .

Cần chú ý rằng giá trị gần đúng của  $x$  xác định theo các công thức (2-8a) đến (2-11) chỉ được đem dùng để tính  $M_{1gh}$  theo (2-4) mà không dùng để xác định giá trị  $\sigma_s$  theo các công thức (1-23) hoặc (1-25).

Khi xảy ra  $x < 2a'$  dùng điều kiện (2-3) để tính toán sẽ thuận lợi hơn ( $x < 2a'$  mặc nhiên công nhận  $x < \xi_R h_0$  do đó  $\sigma_s = R_s$ ). Tính  $M_{2gh}$ :

$$M_{2gh} = R_s A_s Z_a + R_b b x \left( a' - \frac{x}{2} \right) \quad (2-12a)$$

Nhận xét rằng thành phần thứ hai trong công thức là khá bé, và nếu bỏ qua thì việc tính toán thiên về an toàn hơn, vì vậy thường người ta bỏ qua để tính toán đơn giản.

$$M_{2gh} = R_s A_s Z_a \quad (2-12b)$$

Gặp trường hợp  $a'$  khá lớn, việc bỏ qua thành phần thứ hai ở công thức (2-12a) dẫn đến việc giảm đáng kể  $M_{2gh}$  hoặc tăng đáng kể cốt thép  $A_s$  thì trong tính toán có thể bỏ qua cốt thép  $A'_s$  hoặc kể thêm thành phần thứ hai.

**Ghi chú quan trọng:** Các biểu thức đã lập để xác định  $M_{1gh}$ ,  $M_{2gh}$  và  $N_{gh}$  chỉ có giá trị (được chấp nhận là đúng) khi diện tích cốt thép  $A_s$ ,  $A'_s$  đều dương. Khi dùng các công thức đã lập mà tính được cốt thép âm thì chỉ có thể kết luận là không cần đến cốt thép theo tính toán (đặt thép theo cấu tạo) còn các kết quả tính toán (trung gian hoặc cuối cùng) là không phản ánh đúng thực tế.

## 2.2. TÍNH TOÁN CỐT THÉP ĐỐI XỨNG

Biết kích thước tiết diện  $b$ ,  $h$ , chiều dài tính toán  $l_0$ , nội lực  $M$ ,  $N$ , chủng loại vật liệu. Yêu cầu tính toán cốt thép đối xứng  $A_s = A'_s$ .

### 2.2.1. Chuẩn bị số liệu

- Xác định cường độ tính toán chịu nén của bê tông  $R_b$  theo phụ lục 2 và khi cần thì kể thêm điều kiện làm việc  $\gamma_b$  theo phụ lục 1. Xác định mô đun đàn hồi  $E_b$ .

- Tìm cường độ tính toán  $R_s$ ;  $R_{sc}$  của cốt thép theo phụ lục 3.

- Tìm hệ số  $\xi_R$  theo phụ lục 4.

- Giả thiết các đại lượng  $a$ ,  $a'$  để tính  $h_0 = h - a$ ;  $Z_a = h_0 - a'$ .

- Xét ảnh hưởng của uốn dọc, khi  $\frac{l_0}{h} \leq 4$  lấy  $\eta = 1$ , khi  $\frac{l_0}{h} > 4$  cần tính  $N_{cr}$  và  $\eta$  theo chỉ dẫn ở mục 1.5.2. Trường hợp tính toán  $N_{cr}$  theo (1-16) thì còn cần phải biết các giá trị  $M_{dh}$ ,  $N_{dh}$  để xác định hệ số  $\varphi_l$  và giả thiết diện tích cốt thép hoặc tỷ lệ cốt thép để tính  $J_s$ . Trong tính toán thực tế có thể bỏ qua ảnh hưởng uốn dọc khi  $\frac{l_0}{h} \leq 8$ .

- Xét độ lệch tâm ngẫu nhiên  $e_a$ , tính  $e_1$ ,  $e_0$  và  $e$  theo công thức (2-1).

Tính toán cốt thép bắt đầu từ việc xác định chiều cao vùng nén  $x$ .

### 2.2.2. Xác định sơ bộ chiều cao vùng nén $x_1$

Trước hết cần xác định sơ bộ chiều cao vùng nén rồi căn cứ vào đó để phân biệt các trường hợp tính toán.

#### 2.2.2.1. Xác định $x_1$ khi $R_{sc} = R_s$

Với nhiều loại cốt thép thường dùng có  $R_s \leq 400\text{MPa}$  và như vậy  $R_{sc} = R_s$ . Giả thiết điều kiện (2-6c) được thỏa mãn, có thể xác định  $x$  theo công thức (2-13) rút ra từ điều kiện (2-7a) và đặt là  $x_1$ .

$$x_1 = \frac{N}{R_b b} \quad (2-13)$$

#### 2.2.2.2. Xác định $x_1$ khi $R_{sc} \neq R_s$

Trường phái Âu Mỹ không phân biệt giá trị cường độ tính toán của cốt thép khi nén và khi kéo vì vậy không có trường hợp  $R_{sc} \neq R_s$ . Trường phái Nga và một số nước khác có phân biệt và khi  $R_s$  khá cao thì  $R_{sc} < R_s$ .

Để tính toán sơ bộ chiều cao cùng nén  $x_1$  cũng tạm giả thiết  $x$  thỏa mãn điều kiện (2-6c). Lấy giá trị  $N$  ở công thức (2-7a) thay vào điều kiện (2-2) với dấu bằng và dùng biểu thức  $M_{lgh}$  ở công thức (2-4) với  $\sigma'_s = R_{sc}$  rút ra được phương trình bậc hai của  $x$ .

$$x^2 - 2(h_0 + t_s)x + \frac{2N}{R_b b}(e + t_s) = 0$$

$$t_s = \frac{R_{sc} Z_a}{R_s - R_{sc}}$$

Giải phương trình bậc hai, lấy nghiệm có nghĩa là  $x_1$ .

### 2.2.3. Các trường hợp tính toán

Giá trị  $x_1$  vừa tính toán được chỉ mới là sơ bộ. Cần dựa vào  $x_1$  để phân biệt các trường hợp tính toán là nén lệch tâm lớn thông thường, nén lệch tâm bé hay là trường hợp đặc biệt.

#### 2.2.3.1. Nén lệch tâm lớn thông thường

Khi mà  $2a' \leq x_1 \leq \xi_R h_0$  điều kiện giả thiết là đúng. Lúc này lấy  $x = x_1$  và  $\sigma'_s = R_{sc}$  thay vào công thức (2-4), kết hợp điều kiện (2-2) và chú ý rằng  $N = R_b b x$  rút ra được công thức tính  $A'_s$ .

$$A'_s = \frac{N(e + 0,5x - h_0)}{R'_s Z_a} \quad (2-14)$$

cốt thép đối xứng, lấy  $A_s = A'_s$ .

#### 2.2.3.2. Nén lệch tâm bé. Khi $x_1 > \xi_R h_0$

Không dùng được giá trị  $x_1$  vì không phù hợp với điều kiện giả thiết. Lúc này để tìm  $x$  cần phải giải đồng thời ba phương trình: phương trình (2-7b) với  $A_s = A'_s$ , phương trình quan hệ giữa  $\sigma_s$  và  $x$  lấy theo một trong các công thức (1-23) hoặc (1-25) và phương trình (2-2) kết hợp (2-4). Kết quả rút gọn lại được một phương trình bậc ba của  $x$ .

$$x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0 \quad (2-15a)$$

Đem đặt  $\xi = \frac{x}{h_0}$ , đưa phương trình về dạng không thứ nguyên:

$$\xi^3 + k_2 \xi^2 + k_1 \xi + k_0 = 0 \quad (2-15b)$$

Các hệ số  $k_2, k_1, k_0$  được xác định phụ thuộc vào phương trình quan hệ giữa  $\sigma_s$  và  $x$ , được cho trong bảng sau:

Phương trình $\sigma_s - x$	$k_2$	$k_1$	$k_0$
(1-23)	$-(\xi_R + 2)$	$2(1 + \varphi\gamma + n\varepsilon - 2\varphi)$	$2n(2\varphi\varepsilon - \gamma\varphi - \varepsilon)$
(1-23a)	$-(\xi_R + 2)$	$2(n\varepsilon + \xi_R) + \gamma(2 - \gamma - \xi_R)$	$-n[\gamma(2 - \gamma - \xi_R) + 2\varepsilon\xi_R]$
(1-25b)	$\frac{1}{C}(\gamma - 1,7\beta_a - 1)$	$\frac{1}{C}[n\varepsilon(1 + 1,2\beta_a)] + \beta_a - n\gamma$	$-\frac{1}{C}n\beta_a\varepsilon$
$n = \frac{N}{R_b b h_0}$ ; $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ ; $\varphi = 0,5(1 - \xi_R)$ ; $\gamma = \frac{Z_a}{h_0}$ ; $\beta_a = \frac{\varepsilon_c E_s}{1,2R_s}$ ; $C = 0,5 + 0,6\beta_a$			

Giải phương trình bậc ba có thể bằng cách gần đúng với chú ý độ biến thiên của  $\xi$  trong khoảng giữa  $\xi_R$  và 1, có thể dùng phương pháp đồ thị hoặc có thể tham khảo cách giải ở phụ lục 5.

Theo ý nghĩa vật lý thì  $\xi$  chỉ biến thiên trong khoảng  $\xi_R \leq \xi \leq \frac{h}{h_0}$ . Tuy vậy với sự cẩn thận cần thiết có thể hạn chế  $\xi$  trong khoảng sau:

$$\xi_R \leq \xi \leq 1 \quad (2-16)$$

Trong các phương trình quan hệ  $\sigma_s - x$  đã có dùng một vài điều gần đúng, đơn giản hóa do đó có một số trường hợp giải phương trình (2-15) được nghiệm không nằm trong giới hạn đã nêu (khi  $n$  và  $\varepsilon$  đều khá bé thường tìm được  $\xi > 1$ ), lúc này cần dùng điều kiện (2-16) để xác định  $\xi$ .

Sau khi có  $\xi$ , tính  $x = \xi h_0$ .

Để tránh việc phải lập và giải phương trình bậc ba quá phức tạp mà kết quả cũng chưa bảo đảm đúng hoàn toàn, trong tính toán thực tế có thể dùng công thức thực nghiệm (2-8); (2-10) hoặc (2-11) để xác định  $x$ . Sai số giữa các công thức gần đúng với nhau và với nghiệm của phương trình (1-15) là bình thường, có một vài trường hợp hơi lớn, tuy vậy kết quả cốt thép tính được chênh lệch không đáng kể và vẫn đảm bảo điều kiện an toàn.

Với  $x$  đã có, dùng điều kiện (2-2) kết hợp với công thức (2-4) rút ra công thức tính  $A'_s$ .

$$A'_s = \frac{Ne - R_b b x (h_0 - x/2)}{R_{sc} Z_a} \quad (2-17)$$

cốt thép đối xứng lấy  $A_s = A'_s$ .

### 2.2.3.3. Trường hợp đặc biệt. Khi $x_1 < 2a'$

Khi xảy ra  $x_1 < 2a'$  thì giả thiết để tính  $x_1$  không còn đúng do đó cũng không dùng được. Lúc này nếu tính toán chính xác thì sẽ được  $x > x_1$  tuy vậy  $x$  vẫn còn nhỏ hơn  $2a'$ . Để tính toán cốt thép dùng điều kiện (2-3) kết hợp công thức (2-12b), rút ra:

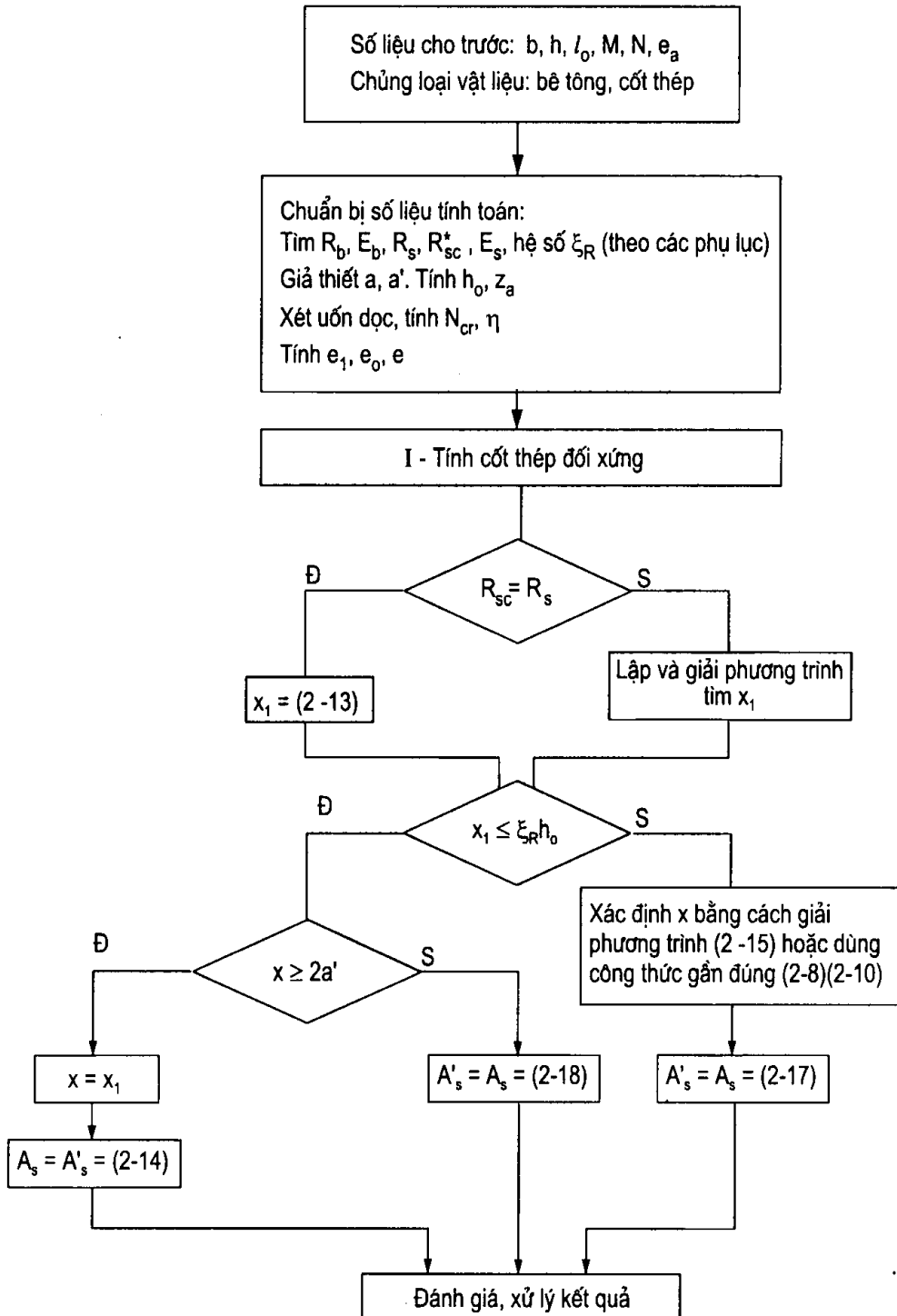
$$A_s = \frac{Ne'}{R_s Z_a} = \frac{N(e - Z_a)}{R_s Z_a} \quad (2-18)$$

Cốt thép đối xứng lấy  $A'_s = A_s$ .

Khi  $a'$  là khá lớn có thể dùng công thức (2-26) để tính  $A_s$ .

### 2.2.4. Sơ đồ tính cốt thép đối xứng

Bài toán tính cốt thép đối xứng cấu kiện chịu nén lệch tâm, tiết diện chữ nhật, có cốt thép đặt tập trung theo cạnh  $b$  được sơ đồ hóa như trên hình 2.2.



Hình 2.2. Sơ đồ tính cốt thép đối xứng



### 2.2.5. Đánh giá và xử lý kết quả tính toán

Theo các công thức đã lập có thể tính toán được  $A_s$ ,  $A'_s$  là dương hoặc âm. Khi tính được  $A_s = A'_s < 0$  chứng tỏ kích thước tiết diện quá lớn, không cần đến cốt thép. Lúc này nếu có thể được thì rút bớt kích thước tiết diện (hoặc dùng loại vật liệu có cường độ thấp hơn) để tính lại. Khi không thể rút bớt như vừa nêu thì cần chọn đặt cốt thép theo yêu cầu tối thiểu, gọi là đặt cốt thép theo yêu cầu cấu tạo.

Chú ý rằng khi tính toán được  $A_s$ ,  $A'_s$  âm thì các kết quả trung gian tính được hoặc được chấp nhận (chiều cao vùng nén  $x_1$ ; ứng suất trong bê tông và trong cốt thép...) là không chính xác, chúng chỉ có tác dụng như là điều kiện để tính toán chứ không phản ánh đúng sự làm việc thực tế của tiết diện.

Khi tính được cốt thép dương, tính tỷ lệ cốt thép:

$$\mu_s = \frac{A_s + A'_s}{bh_0} \text{ hoặc } \mu_s \% = \frac{100(A_s + A'_s)}{bh_0}$$

Kiểm tra điều kiện (1-5):  $\mu_{\min} \leq \mu_s \leq \mu_{\max}$

Khi  $\mu_s < \mu_{\min}$  chứng tỏ kích thước tiết diện là hơi lớn, cần xử lý như khi tính được cốt thép âm.

Khi  $\mu_s > \mu_{\max}$  chứng tỏ kích thước tiết diện quá bé, cần phải tăng kích thước tiết diện hoặc dùng vật liệu có cường độ cao hơn (hoặc dùng cả hai biện pháp) rồi tính toán lại để thỏa mãn  $\mu_s \leq \mu_{\max}$ .

Chọn và bố trí cốt thép cần tuân theo quy định về chiều dày lớp bảo vệ và khoảng hở giữa các cốt thép. Sau khi bố trí cốt thép cần xác định giá trị  $a$ ,  $a'$  tính lại  $h_0$ ,  $Z_a$ , so sánh chúng với giá trị đã được dùng trong tính toán trước đây. Khi giá trị  $h_0$  và  $Z_a$  vừa tính toán được là lớn hơn hoặc bằng các giá trị đã được dùng thì kết quả là thiên về an toàn. Nếu giá trị  $h_0$  và  $Z_a$  vừa tính toán được bé hơn các giá trị đã được dùng thì kết quả nghiêng về phía thiếu an toàn, cần có xử lý thích đáng. Khi mức độ bé hơn là không đáng kể thì chỉ cần chọn cốt thép tăng lên so với kết quả tính được (mức tăng lên có thể bằng hoặc lớn hơn mức giảm của  $Z_a$ ). Nếu mức độ bé hơn là đáng kể thì cần giả thiết lại  $a$  và tính toán lại.

Một vấn đề rất quan trọng trong khi dùng các công thức để tính toán là việc thống nhất đơn vị. Khi dùng đơn vị của cường độ vật liệu là  $\text{MPa} = \text{N/mm}^2$  thì cần đổi đơn vị chiều dài ( $b$ ,  $h_0$ ,  $Z_a$ ...) thành milimét và đơn vị của nội lực là Niuton, Niuton×mm (ký hiệu là Niu và Nmm để tránh nhầm lẫn với N đã dùng để ký hiệu lực nén). Khi số liệu đầu vào được cho theo đơn vị khác (ví dụ kích thước tiết diện theo cm, nội lực theo kN, kNm) cần dùng hệ số chuyển đổi đơn vị thích hợp, tránh sự nhầm lẫn làm sai kết quả.

## 2.2.6. Thí dụ

*Thí dụ 1.* Cột tầng 5 của khung nhà một nhịp, sàn toàn khối, chiều dài cột  $l = 3,8\text{m}$ , tiết diện chữ nhật  $b = 25\text{cm}$ ;  $h = 40\text{cm}$ , bê tông mác 300 (theo tiêu chuẩn cũ) cốt thép nhóm CII. Yêu cầu tính toán cốt thép đối xứng. Khi cột chịu cặp nội lực  $M = 138\text{kNm}$ ;  $N = 650\text{kN}$ , trong đó nội lực do tải trọng thường xuyên và tải trọng tạm thời dài hạn gây ra là  $M_{dh} = 80$ ;  $N_{dh} = 500$ .

Khung một nhịp, tầng trên  $l_0 = 1,25l = 1,25 \times 3,8 = 4,75\text{m}$ .

Bê tông mác 300, khi không xét hệ số điều kiện làm việc có:

$R_b = 13\text{MPa}$ ,  $E_b = 29000\text{MPa}$ . Cốt thép CII có  $R_{sc} = R_s = 280\text{MPa}$

Với  $R_b = 13$ ;  $R_s = 280$  có  $\xi_R = 0,608$  (phụ lục 2, 3, 4)

Giả thiết  $a = a' = 4\text{cm}$ ;  $h_0 = 40 - 4 = 36\text{cm} = 360\text{mm}$ ;  $Z_a = 320$ .

Xét uốn dọc:  $\frac{l_0}{h} = \frac{4,75}{0,4} = 11,8 > 8$ . Cần xét uốn dọc.

Độ lệch tâm tĩnh học  $e_1 = \frac{M}{N} = \frac{138}{650} = 0,212\text{m} = 212\text{mm}$ .

Độ lệch tâm ngẫu nhiên  $e_a \geq \max\left(\frac{l}{600}, \frac{h}{30}\right) = 13,3\text{mm}$ .

Độ lệch tâm ban đầu  $e_0 = \max(e_1, e_a) = 212\text{mm}$ .

Xác định hệ số  $\eta$  theo công thức (1-11) trong đó  $N_{cr}$  theo (1.16b).

Giả thiết tỷ lệ cốt thép  $\mu_s = 1,5\% = 0,015$ .

$$\begin{aligned} J_s &= (A_s + A'_s)(0,5h - a)^2 = \mu_s b h_0 (0,5h - a)^2 \\ &= 0,015 \times 250 \times 360 (200 - 40)^2 = 34,56 \times 10^6 \text{mm}^4 \end{aligned}$$

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_b} = \frac{210000}{29000} = 7,24; \quad J = \frac{bh^3}{12} = \frac{250 \times 400^3}{12} = 1333 \times 10^6 \text{mm}^4$$

$$\delta_{e_{\min}} = 0,5 - 0,01 \frac{l_0}{h} - 0,01 R_b = 0,5 - 0,01 \frac{4750}{400} - 0,01 \times 13 = 0,251.$$

$$\delta_e = \frac{e_0}{h} = \frac{212}{400} = 0,53 > \delta_{e_{\min}}; \quad \varphi_p = 1 \text{ (không có ứng lực trước)}$$

$\varphi_l = 1 + \beta \frac{M_l}{M}$ . Bê tông nặng  $\beta = 1$ . Trong công thức tính  $\varphi_l$  thì  $M$  và  $M_l$  được lấy đối

với mép tiết diện chịu kéo:

$$M = 138 + 650 \times \frac{0,4}{2} = 268$$

$$M_l = 80 + 500 \times \frac{0,4}{2} = 180$$

$$\varphi_l = 1 + \frac{180}{268} = 1,67$$

$$N_{cr} = \frac{6,4E_b}{l_0^2} \left[ \frac{J}{\varphi_l} \left( \frac{0,11}{0,1 + \frac{\delta_e}{\varphi_p}} + 0,1 \right) + \alpha_s J_s \right]$$

$$= \frac{6,4 \times 290.000}{4750^2} \left[ \frac{1333 \times 10^6}{1,67} \left( \frac{0,11}{0,1 + 0,53} + 0,1 \right) + 7,24 \times 34,56 \times 10^6 \right]$$

$$= 3873100 = 3873 \text{ kN.}$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{650}{3873}} = 1,18$$

$$e = \eta e_0 + \frac{h}{2} - a = 1,18 \times 212 + \frac{400}{2} - 40 = 410 \text{ mm}$$

$$x_1 = \frac{N}{R_b b} = \frac{650 \times 1000}{13 \times 250} = 200 \text{ mm}$$

$$x_1 < \xi_R h_0 = 0,608 \times 360 = 218 \text{ mm. Đồng thời } x_1 > 2a' = 80.$$

$$A'_s = \frac{N(e + 0,5x - h_0)}{R_{sc} Z_a} = \frac{650 \times 10^3 (410 + 100 - 360)}{280 \times 320} = 1088 \text{ mm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s + A'_s}{bh_0} = \frac{1088 \times 2}{250 \times 360} = 0,024 = 2,4\%$$

$\mu_s$  thực tế lớn hơn trị số đã giả thiết để tính  $N_{cr}$ .

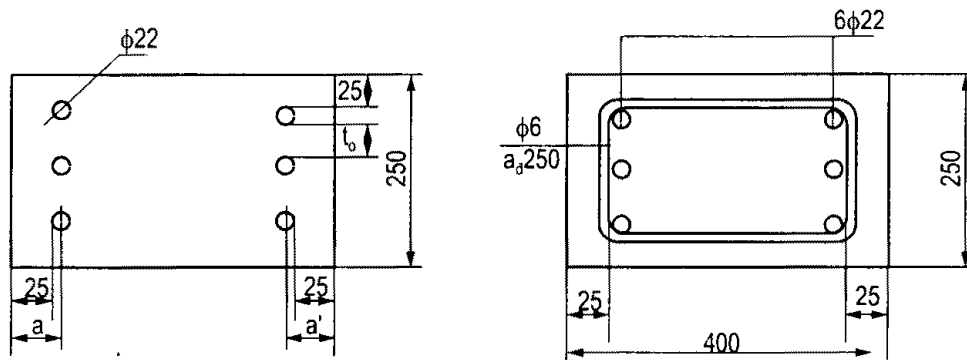
Chọn cốt thép: mỗi bên dùng  $3\phi 22$  có diện tích:  $1140 \text{ mm}^2$ . Bố trí như trên hình 2.3.

Lấy chiều dày lớp bảo vệ  $25 \text{ mm}$  ( $\geq \phi$ ) tính được chiều dày lớp đệm  $a = 25 + \frac{\phi}{2} = 36 \text{ mm}$

$h_0 = 400 - 36 = 364 \text{ mm}$ , lớn hơn giá trị dùng trong tính toán là  $360 \text{ mm}$ .

Khoảng hở giữa hai cốt thép:

$$t_0 = \frac{250 - 2 \times 25 - 3\phi 22}{2} = 67 \text{ mm} > 50, \text{ đạt yêu cầu.}$$



**Hình 2.3.** Tiết diện cột - thí dụ 1.

Cốt thép đai trong cột chọn  $\phi 6 \geq 1/4 \phi_{\text{dọc max}}$ .

Khoảng cách cốt đai  $a_d = 250 < 15 \phi_{\text{dọc min}} = 330$ .

*Thí dụ 2.* Cột của nhà công nghiệp một tầng. Tính toán cho phần cột dưới cầu trục với chiều cao  $H_1 = 6,4\text{m}$ , dầm cầu trục không liên tục. Tiết diện chữ nhật  $b = 40\text{cm}$ ;  $h = 80\text{cm}$ , bê tông có cấp độ bền 25, cốt thép loại RB400. Yêu cầu tính cốt thép đối xứng chịu cặp nội lực  $M = 480\text{kNm}$ .  $N = 500\text{kN}$ .

Chiều dài tính toán  $l_0 = 1,5H_1 = 1,5 \times 6,4 = 9,6\text{m}$ .

Bê tông cấp 25 có  $R_b = 14,5\text{MPa}$ ,  $E_b = 30000\text{MPa}$ .

Cốt thép RB400 có  $R_{sc} = R_s = 365\text{MPa}$ .

Hệ số  $\xi_R = 0,558$ .

Giả thiết  $a = a' = 5\text{cm}$ ;  $h_0 = 80 - 5 = 75\text{cm} = 750\text{mm}$ ;  $Z_{ct} = 700\text{mm}$ .

Xét uốn dọc:

$$\frac{l_0}{h} = \frac{9,6}{0,8} = 12 > 8$$

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 800^3}{12} = 17060 \times 10^6 \text{mm}^4$$

$$N_{cr} = \frac{2,5E_b J}{l_0^2} = \frac{2,5 \times 30.000 \times 17060 \times 10^6}{9600^2} = 13880000 \text{Niu}$$

$$N_{cr} = 13880\text{kN}.$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{500}{13880}} = 1,04$$

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{480}{500} = 0,96 = 960\text{mm}$$

$$\text{Độ lệch tâm ngẫu nhiên } e_a \geq \max \left( \frac{l}{600} \text{ và } \frac{h}{30} \right) = 27 \text{ mm}$$

Tính toán cột như cấu kiện tĩnh định.

$$e_0 = e_1 + e_a = 960 + 27 = 987 \text{ mm.}$$

$$e = \eta e_0 + \frac{h}{2} - a = 1,04 \times 987 + \frac{800}{2} - 50 = 1377 \text{ mm}$$

$$x_1 = \frac{N}{R_s b} = \frac{500 \times 1000}{14,5 \times 400} = 86 \text{ mm} < 2a' = 100$$

Tính toán theo trường hợp đặc biệt:

$$A'_s = A_s = \frac{N(e - Z_a)}{R_s Z_a} = \frac{500000(1376 - 700)}{365 \times 700} = 1323 \text{ mm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s + A'_s}{bh_0} = \frac{1323 \times 2}{400 \times 750} = 0,0096 = 0,96\%$$

Chọn cốt thép: mỗi bên đặt 3 $\phi$ 25, chọn chiều dày lớp bảo vệ 35mm;  $a = 35 + \phi/2 = 48 \text{ mm}$  (hình 2.4a):

$$x_1 = 90,6 < 2a' = 96.$$

**Ghi chú.** Giả thử như chọn lớp bảo vệ 25mm,  $a = a' = 25 + \phi/2 = 38 \text{ mm}$ ,  $x_1 = 86 > 2a' = 76 \text{ mm}$ .

Tính lại cốt thép theo công thức khác với  $h_0 = 762$ ,  $Z_a = 724$ .

$$A_s = A'_s = \frac{N(e + 0,5x - h_0)}{R_s Z_a} = \frac{500000(1376 + 43 - 762)}{365 \times 724} = 1243 \text{ mm}^2$$

**Thí dụ 3.** Cột có chiều dài tính toán  $l_0 = 2,8 \text{ m}$ , tiết diện chữ nhật  $b = 30 \text{ cm}$ ;  $h = 50 \text{ cm}$ , bê tông cấp độ bền 20, cốt thép nhóm CII. Nội lực tính toán gồm  $N = 1320 \text{ kN}$ ,  $M = 218 \text{ kNm}$ . Yêu cầu tính toán cốt thép đối xứng.

Bê tông cấp 20 có  $R_b = 11,5 \text{ MPa}$ ,  $E_b = 27000$ ; cốt thép CII có  $R_{sc} = R_s = 280$ . Hệ số  $\xi_R = 0,61$ .

Giả thiết  $a = a' = 4 \text{ cm}$ ;  $h_0 = 50 - 4 = 46 \text{ cm} = 460 \text{ mm}$ ;  $Z_a = 460 - 40 = 420 \text{ mm}$ .

$$\frac{l_0}{h} = \frac{2,8}{0,5} = 5,6 < 8, \text{ bỏ qua uốn dọc, } \eta = 1.$$

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{218}{1320} = 0,165 \text{ m} = 165 \text{ mm};$$

$$\text{Độ lệch tâm ngẫu nhiên } e_a \geq \max \left( \frac{2800}{600} \text{ và } \frac{500}{30} \right) = 17 \text{ mm}$$

Cấu kiện thuộc kết cấu siêu tĩnh:

$$e_o = \max(e_1, e_a) = 165\text{mm.}$$

$$e = 165 + \frac{500}{2} - 40 = 375\text{mm}$$

$$x_1 = \frac{N}{R_b b} = \frac{1320 \times 1000}{11 \times 300} = 400\text{mm}$$

$\xi_R h_0 = 0,6 \times 460 = 276 < x_1$ . Tính toán theo trường hợp nén lệch tâm bé. Dùng công

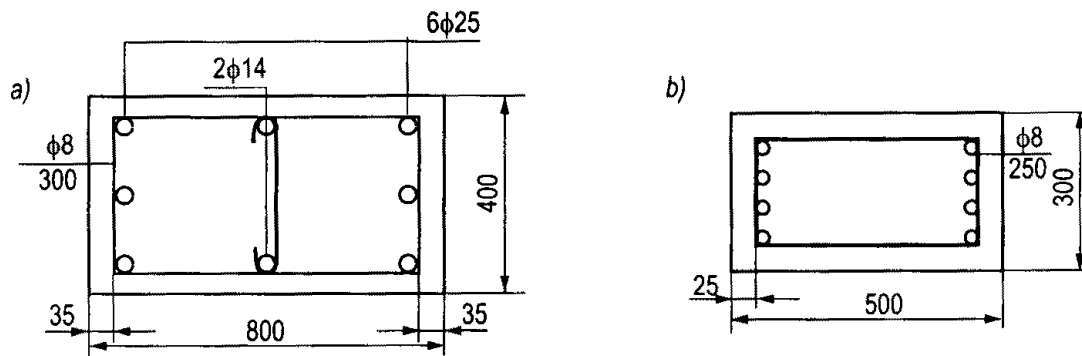
thức gần đúng để xác định  $x$ . Hệ số  $\epsilon_0 = \frac{e_o}{h} = \frac{165}{500} = 0,33$

$$x = \left( \xi_R + \frac{1 - \xi_R}{1 + 50\epsilon_0^2} \right) h_0 = \left( 0,6 + \frac{0,4}{1 + 50 \times 0,33^2} \right) 460 = 304$$

$$A_s = A'_s = \frac{Ne + R_b bx(h_0 - x/2)}{R'_s Z_a} = \frac{1320000 \times 375 - 11,5 \times 300 \times 304(460 - 152)}{280 \times 420} = 1462\text{mm}^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s + A'_s}{bh_0} = \frac{1462 \times 2}{300 \times 460} = 0,0247 = 2,47\%$$

Chọn cốt thép: mỗi bên chọn  $4\phi 22$  (hình 2.4b)



Hình 2.4. Tiết diện cột thí dụ 2 và 3

**Ghi chú.** Trong thí dụ 3 nếu muốn tính toán  $x$  bằng cách lập và giải phương trình thì:

$$\varphi = 0,5(1 - \xi_R) = 0,2; \quad \epsilon = \frac{e}{h_0} = \frac{375}{460} = 0,815$$

$$\gamma = \frac{Z_a}{h_0} = \frac{420}{460} = 0,913; \quad n = \frac{N}{R_b bh_0} = \frac{1320000}{11,5 \times 300 \times 460} = 0,8696.$$

$$k_2 = 2\varphi - 3 = -2,6$$

$$k_1 = 2(1 + \varphi\gamma + n\varepsilon - 2\varphi) = 2(1 + 0,2 \times 0,913 + 0,8696 \times 0,815 - 0,4) = 2,9826.$$

$$k_0 = 2n(2\varphi\varepsilon + \gamma\varphi - \varepsilon) = 2 \times 0,8696(2 \times 0,2 \times 0,815 - 0,913 \times 0,2 - 0,815) = -1,168.$$

Phương trình sẽ là:

$$\xi^3 - 2,6\xi^2 + 2,9826\xi - 1,168 = 0$$

Giải được  $\xi = 0,71$ ;  $x = 0,71 \times 460 = 326$ .

$$A'_s = \frac{1320000 \times 375 - 11,5 \times 300 \times 326(460 - 163)}{280 \times 420} = 1368 \text{mm}^2.$$

### 2.3. TÍNH TOÁN CỐT THÉP KHÔNG ĐỐI XỨNG

Trong thực tế chỉ có một số ít trường hợp người ta mới đặt cốt thép không đối xứng  $A_s \neq A'_s$ . Với một cặp nội lực  $M, N$  cho trước thì tính toán cốt thép không đối xứng cho tổng lượng cốt thép  $A_s + A'_s$  bé hơn trường hợp cốt thép đối xứng (đặc biệt là khi nén lệch tâm bé). Tuy vậy khi cấu kiện chịu  $M$  đổi dấu mà giá trị tuyệt đối gần bằng nhau thì tổng lượng cốt thép trong trường hợp đặt đối xứng và không đối xứng chênh nhau không đáng kể. Cốt thép không đối xứng thật sự có hiệu quả về tiết kiệm vật liệu chỉ khi tiết diện chịu mômen không đổi dấu hoặc mômen theo chiều này khá lớn hơn mômen theo chiều ngược lại. Trường hợp đặc biệt của cốt thép không đối xứng là chỉ tính toán cốt thép ở một phía, phía kia không đặt cốt thép hoặc chỉ đặt theo cấu tạo (không kể đến trong tính toán).

Để tính toán cốt thép không đối xứng trước tiên cũng cần chuẩn bị số liệu giống như đã làm ở mục 2.2.1 đối với cốt thép đối xứng.

#### 2.3.1. Trường hợp tính toán

Khi đặt cốt thép không đối xứng, ban đầu chưa có cách gì xác định được  $x$  để dựa vào đó mà phân biệt trường hợp tính toán. Lúc này có thể dựa vào độ lệch tâm:

Khi  $\eta e_0 > e_{op}$  - tính theo nén lệch tâm lớn

$\eta e_0 \leq e_{op}$  - tính theo nén lệch tâm bé.

Tiêu chuẩn TCVN 5574 cho công thức thực nghiệm  $e_{op} = 0,4 (1,25h - \xi_R h_0)$  có thể lấy gần đúng  $e_{op} = 0,3h_0$ .

#### 2.3.2. Nén lệch tâm lớn

Điều kiện để tính toán là  $\eta e_0 > e_{op}$  và chiều cao vùng nén  $x$  thỏa mãn điều kiện (2-6c). Lúc này có hai phương trình là (2-2) và (2-7a) để xác định ba ẩn số là  $x, A_s$  và  $A'_s$ . Đây là bài toán có nhiều nghiệm. Trong thực tế không cần tìm được tất cả các

nghiệm mà chỉ cần một nghiệm hợp lý là được. Để giải bài toán có thể cho trước một giá trị của một trong ba ẩn số rồi tìm hai ẩn còn lại. Chú ý rằng các ẩn số  $x$ ,  $A_s$ ,  $A'_s$  chỉ biến thiên trong một khoảng nhất định, tương đối hẹp nên giá trị cho trước hợp lý phải nằm trong khoảng xác định vừa nêu. Trong ba ẩn thì khoảng biến thiên của  $x$  là rõ ràng hơn cả ( $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$ ) vì vậy cho  $x$  một giá trị để tính  $A_s$ ,  $A'_s$  là thuận lợi hơn. Cũng có thể cho trước  $A'_s$  để tính  $x$  và  $A_s$  hoặc cho trước  $A_s$  để tính  $x$  và  $A'_s$ . Tuy vậy vì khoảng biến thiên của  $A_s$  là khá bé và khó dự đoán nên trong thực tế tính toán ít dùng cách cho trước  $A_s$  mà thông thường chỉ cho trước  $x$  hoặc  $A'_s$ .

### 2.3.2.1. Chọn $x$ , tính $A'_s$ và $A_s$

Cho  $x$  một giá trị tùy ý trong khoảng  $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$ .

Thay  $x$  đã có vào biểu thức (2-4) và dùng điều kiện (2-2) với chú ý  $\sigma'_s = R_{sc}$  sẽ rút ra công thức để tính  $A'_s$ . Đó là công thức đã được lập (2-17). Viết lại:

$$A'_s = \frac{Ne - R_b bx(h_0 - 0,5x)}{R_{sc} Z_a} \quad (2-19)$$

Công thức (2-17) và (2-19) có dạng hoàn toàn giống nhau, cái khác chủ yếu là giá trị của  $x$ .

Khi tính được  $A'_s > 0$ , đem  $x$  và  $A'_s$  thay vào phương trình (2-7a) rút ra công thức tính  $A_s$ :

$$A_s = \frac{R_b bx + R_{sc} A'_s - N}{R_s} \quad (2-20)$$

Ứng với mỗi giá trị của  $x$  có  $A_s$  và  $A'_s$  tương ứng tuy vậy tổng lượng cốt thép  $A+A'$  thay đổi không lớn, vì khi tăng  $x$  thì  $A'_s$  giảm còn  $A_s$  tăng. Có thể chứng minh được bằng toán học khi  $x = x_A = \frac{h_0 + a'}{2}$  thì tổng cốt thép  $A_s + A'_s$  là bé nhất. Trong một số tài liệu người ta khuyên lấy  $x = \xi_R h_0$  để tính toán với ý nghĩa sử dụng hết khả năng vùng bê tông chịu nén và có được tổng  $A_s + A'_s$  gần với giá trị bé nhất.

Trường hợp tính toán được  $A'_s \leq 0$  thì chọn lại  $x$  bé hơn rồi tính lại. Khi đã chọn  $x$  bé nhất bằng  $2a'$  mà vẫn tính được  $A'_s < 0$  thì chọn  $A'_s$  theo cấu tạo và tính  $A_s$  theo công thức (2-26).

### 2.3.2.2. Chọn $A'_s$ tính $x$ và $A_s$

Khi biết trước hoặc chọn trước  $A'_s$  cần tính  $x$  từ điều kiện (2-2) với dấu bằng:



$$Ne = R_b bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} A'_s Z_a \quad (2-21)$$

Để tránh việc giải phương trình bậc hai, đem đặt  $\xi = \frac{x}{h_0}$ ,  $\alpha_m = \xi(1 - 0,5\xi)$  thay vào

(2-21) rút ra:

$$\alpha_m = \frac{Ne - R_{sc} A'_s Z_a}{R_b b h_0^2} \quad (2-22)$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \quad (2-23)$$

Hoặc từ  $\alpha_m$  tra ra  $\xi$  theo bảng ở phụ lục 6.

Tính  $x = \xi h_0$  và kiểm tra điều kiện  $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$  ( $\xi \leq \xi_R$ ). Khi thỏa mãn điều kiện vừa nêu thì thay  $x$  và  $A'_s$  vào công thức (2-20) để tính  $A_s$ .

Khi  $\xi > \xi_R$  chứng tỏ  $A'_s$  đã biết là chưa đủ, cần tăng  $A'_s$  rồi tính lại hoặc xác định  $A'_s$  theo công thức (2-19).

Khi  $x = \xi h_0 < 2a'$ , kể cả trường hợp  $\alpha_m < 0$ , chứng tỏ  $A'_s$  là quá lớn, nếu có thể được thì giảm bớt  $A'_s$  rồi tính lại. Nếu vẫn giữ nguyên  $A'_s$  thì tính  $A_s$  theo trường hợp đặc biệt ở mục 2.3.2.4.

### 2.3.2.3. Trường hợp $A'_s = 0$

Đó là trường hợp đặc biệt khi không cần đến cốt thép  $A'_s$  (tính được  $A'_s < 0$ , không đặt cốt thép chịu nén hoặc chỉ đặt theo cấu tạo với  $A'_s \geq 0,0005bh_0$ , không kể vào trong tính toán).

Lúc này tính  $\alpha_m$  theo công thức (2-22) trong đó cho  $A'_s = 0$ . Cánh tay đòn nội lực là  $Z_b$ .

$$Z_b = h_0 - \frac{x}{2} = (1 - 0,5\xi)h_0 = \zeta h_0 \quad (2-24)$$

$$\zeta = 1 - 0,5\xi = 0,5 \left( 1 + \sqrt{1 - 2\alpha_m} \right) \quad (2-25)$$

Diện tích cốt thép  $A_s$  có thể được tính theo công thức (2-20) trong đó cho  $A'_s = 0$  hoặc tính theo công thức (2-26):

$$A_s = \frac{N(e - Z_b)}{R_s Z_b} \quad (2-26)$$

#### 2.3.2.4. Trường hợp đặc biệt $x < 2a'$

Khi biết trước  $A'_s$ , tính  $\alpha_m$ ,  $\xi$  mà  $x = \xi h_0 < 2a'$ , kể cả trường hợp  $\alpha_m < 0$  thì không thể dùng  $x$  để tính tiếp. Lúc này tính  $A_s$  theo công thức (2-18).

Trường hợp  $a'$  là khá lớn, dùng (2-18) sẽ tính được  $A_s$  khá lớn. Có thể sẽ tiết kiệm hơn nếu bỏ qua  $A'_s$  trong tính toán và lúc này không cần điều kiện  $x \geq 2a'$ . Tính toán  $A_s$  theo công thức (2-26).

Kết hợp công thức (2-18) và (2-26) có thể viết thành:

$$A_s = \frac{N(e - Z)}{R_s Z} \quad (2-27)$$

Trong đó:  $Z = \max (Z_a; Z_b)$ .

#### 2.3.2.5. Chọn $A_s$ tính $x$ và $A'_s$

Có thể chọn trước cốt thép chịu kéo  $A_s$  để tính toán. Lúc này rút  $A'_s$  từ biểu thức (2.7a) rồi đem thay vào (2-4) sẽ đưa về được một phương trình chứa  $x$ :

$$R_b b x \left( \frac{x}{2} - a' \right) = R_s A_s Z_a - N(e - Z_a)$$

Cũng có thể lập được phương trình trên đây bằng cách lấy mômen các lực đối với trục đi qua trọng tâm cốt thép  $A'_s$  và vuông góc với mặt phẳng uốn.

Giải phương trình, tìm được  $x$ , khi  $x$  thỏa mãn điều kiện hạn chế ( $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$ ) thì thay  $x$  vào công thức (2-19) để tính  $A'_s$ . Nếu tìm được  $x$  không thỏa mãn điều kiện hạn chế chứng tỏ giá trị  $A_s$  đã chọn là không hợp lý, cần chọn lại.

Như đã nhận xét ở phần đầu của mục 2.3.2, việc cho trước  $A_s$  để tính toán mang nặng tính chất lý thuyết, thực tế ít dùng đến.

#### 2.3.3. Nén lệch tâm bé

Điều kiện để tính toán là  $\eta e_0 < e_{op}$ . Giới hạn của chiều cao vùng nén  $x$  là  $\xi_R h_0 \leq x \leq h$ .

Nén lệch tâm bé khi thỏa mãn điều kiện (2-28) thì xem là riêng bê tông đủ khả năng chịu lực, cốt thép hoàn toàn đặt theo cấu tạo.

$$N \leq N_B = R_b b (h - 2\eta e_0) \quad (2-28)$$

Khi  $N > N_B$  cần tính toán. Lúc này có 4 ẩn số cần xác định là  $A_s$ ,  $A'_s$ ,  $x$  và  $\sigma_s$  trong lúc chỉ có ba phương trình. Đó là phương trình (2-2) kết hợp công thức (2-4), phương trình (2-7b) và một trong các phương trình quan hệ giữa  $\sigma_s$  và  $x$ .

Đây là bài toán có nhiều nghiệm, tuy vậy trong thiết kế thực tế chỉ cần một nghiệm hợp lý là được. Để tìm được nghiệm, về nguyên tắc có thể cho trước giá trị của một ẩn số bất kỳ rồi giải hệ phương trình để tìm ba ẩn còn lại. Chú ý rằng các ẩn số  $x$ ,  $A_s$ ,  $A'_s$ ,  $\sigma_s$  chỉ biến thiên trong một khoảng xác định khá hẹp, nghiệm tìm được chỉ hợp lý khi cho trước ẩn số một giá trị phù hợp. Trong các ẩn thì khoảng biến thiên của  $x$  là khá rõ ràng vì vậy thường người ta chọn trước  $x$  để tính các ẩn còn lại. Tuy vậy cũng có thể chọn trước  $A_s$  để tính toán. Không đặt vấn đề chọn trước  $\sigma_s$  hoặc  $A'_s$  vì khó dự đoán khoảng biến thiên hợp lý của chúng, nếu chọn trước một giá trị không phù hợp sẽ có kết quả không hợp lý và phải tính lại một số lần.

### 2.3.3.1. Chọn trước $x$ để tính toán

Về nguyên tắc toán học có thể chọn trước cho  $x$  một giá trị tùy ý trong khoảng xác định  $\xi h_0 \leq x \leq h$ . Tuy vậy nên xác định  $x$  theo công thức thực nghiệm (2-8) hoặc (2-10). Tính toán cốt thép  $A'_s$  theo công thức (2-17).

Về phương diện lý thuyết, khi đã có  $x$  và  $A'_s$  thì có thể tính  $\sigma_s$  và từ (2-7b) rút ra công thức tính  $A_s$ :

$$A_s = \frac{R_b b x + R_{sc} A'_s - N}{\sigma_s} \quad (2-29a)$$

Giá trị  $\sigma_s$  tính theo công thức (1-23a) hoặc (1-23).

Tuy vậy chỉ nên dùng công thức (2-29a) khi  $\sigma_s$  là tương đối lớn còn khi  $\sigma_s$  khá bé thì khả năng phạm sai số trong tính toán là lớn vì rằng các công thức xác định  $x$  và  $\sigma_s$  đều là công thức thực nghiệm, gần đúng. Hơn nữa khi độ lệch tâm  $e_1$  là khá bé, cốt thép  $A_s$  chịu nén thì việc tăng độ lệch tâm từ  $e_1$  thành  $\eta e_0$  sẽ làm giảm diện tích  $A_s$ . Lúc này sẽ là bất lợi cho  $A_s$  nếu giảm độ lệch tâm. Vì những lý do trên, ngoài yêu cầu về điều kiện cấu tạo, cốt thép  $A_s$  của cấu kiện chịu nén lệch tâm bé còn cần thỏa mãn điều kiện (2-29b) sau:

$$\theta_a A'_s \leq A_s \leq A'_s \quad (2-29b)$$

Yêu cầu  $A_s \leq A'_s$  là đề phòng khi tính được  $\sigma_s$  quá bé, theo (2-28a) có thể tính ra  $A_s$  quá lớn, không đúng với thực tế. Yêu cầu  $A_s \geq \theta_a A'_s$  là đề phòng khi độ lệch tâm quá bé, kết quả tính theo (2-29a) được tính với độ lệch tâm lớn hơn sẽ chưa đủ an toàn. Hệ số  $\theta_a$  lấy theo bảng sau:

$e_1/h_0$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	$\geq 0,15$
$\theta_a$	1	0,94	0,86	0,78	0,70	0,60	0,50	0,30

### 2.3.3.2. Chọn trước $A_s$ để tính toán

Nén lệch tâm bé có thể chọn trước cốt thép  $A_s$  theo cấu tạo. Lúc này có ba phương trình để xác định ba ẩn số. Sau khi thực hiện một số biến đổi cần thiết đưa về một phương trình chứa  $x$ :

$$0,5R_b b d x^2 + (2R_s A_s Z_a - R_b b d a')x - (N e' d + t R_s A_s Z_a) = 0$$

Trong đó:

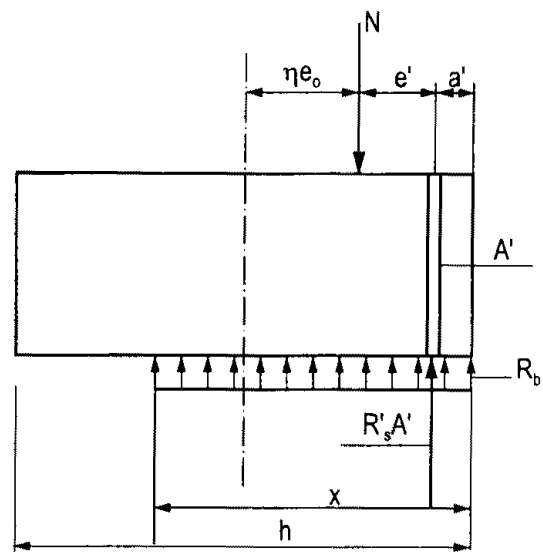
$$d = h - \xi_R h_0; t = h + \xi_R h_0; e' = Z_a - e.$$

Giải phương trình, kiểm tra điều kiện của  $x$ , đem  $x$  thay vào công thức (2-17) để tính  $A'_s$ . Nếu  $x$  không thỏa mãn điều kiện hạn chế đã nêu chứng tỏ giá trị  $A_s$  đã chọn là không hợp lý.

### 2.3.3.3. Trường hợp đặc biệt $A_s = 0$

Nén lệch tâm bé với  $\eta e_0 < e_{op}$  có thể thiết kế với  $A_s = 0$ . Lúc này cần tính toán để bê tông và cốt thép  $A'_s$  chịu toàn bộ nội lực. Vì không có cốt thép  $A_s$ , không có điều kiện gì cho  $\sigma_s$  nên cũng không cần điều kiện  $x \geq \xi_R h_0$ . Chỉ cần điều kiện  $2a' \leq x \leq h$ .

Lập phương trình để xác định  $x$  bằng điều kiện (2-3), lấy mômen đối với trục đi qua trọng tâm  $A'_s$  (hình 2.5).



Hình 2.5. Sơ đồ tính toán khi  $A_s = 0$

$$N e' = M_{2gh} = R_b b x \left( \frac{x}{2} - a' \right) \quad (2-30)$$

$$e' = 0,5h - \eta e_0 - a'$$

Điều kiện về khả năng chịu lực là:

$$N \leq N_{gh} = R_b b x + R'_s A'_s \quad (2-31)$$

Để đơn giản việc giải phương trình (2-30) đặt:

$$\alpha_a = \frac{x}{a'}; \quad T = \alpha_a (0,5\alpha_a - 1).$$

Rút ra:

$$T = \frac{N e'}{R_b b a'^2} \quad (2-32a)$$

$$\alpha_a = 1 + \sqrt{1 + 2T} \quad (2-32b)$$

Hoặc từ T tra  $\alpha_a$  ở bảng của phụ lục 6.

$$x = \alpha_a a'$$

Điều kiện là  $x \leq h$

Nếu tính được  $x > h$  thì bắt buộc phải đặt cốt thép  $A_s$ , không thể bỏ được.

Sau khi có x, đem thay vào (2-31) rút ra công thức tính  $A'_s$ :

$$A'_s = \frac{N - R_b b x}{R_{sc}} \quad (2-33)$$

Khi cần đặt cốt thép  $A_s$  theo cấu tạo thì lấy  $A_s \geq 0,0005bh_0$ .

### 2.3.4. Đánh giá và xử lý kết quả

Kết quả tính cốt thép không đối xứng có thể dương hoặc âm. Việc xử lý tiến hành theo mục 2.2.5 như đối với trường hợp đặt cốt thép đối xứng.

Trường hợp nén lệch tâm bé, nếu cần tính cốt thép không đối xứng thì cũng chỉ nên tiến hành khi độ lệch tâm  $e_0 > 0,15h_0$ . Với độ lệch tâm bé hơn, toàn bộ tiết diện chịu nén, chỉ nên đặt cốt thép đối xứng.

Khi đặt cốt thép không đối xứng, trường hợp nén lệch tâm bé luôn xảy ra  $A'_s \geq A_s$  còn trường hợp nén lệch tâm lớn thì  $A'_s$  có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn  $A_s$ . Khi mà  $R_b b x < N$  thì  $A'_s$  lớn hơn  $A_s$  và ngược lại.

### 2.3.5. Thí dụ

Thí dụ 1. Theo số liệu của thí dụ 1 ở mục 2.2.6, yêu cầu tính cốt thép không đối xứng. Số liệu (đã cho và đã tính được):

$$b = 250; h = 400; a = a' = 40; h_0 = 360; Z_a = 320\text{mm.}$$

$$R_b = 13, R'_s = R_s = 280 \text{ MPa; } \xi_R = 0,608;$$

$$N = 650\text{kN; } M = 138 \text{ kNm; } e_0 = 212\text{mm; } \eta = 1,18;$$

$$e = 410\text{mm; } \xi_R h_0 = 216\text{mm.}$$

Tính tiếp:

$$e_{op} = 0,4 (1,25h - \xi_R h_0) = 0,4 (1,25 \times 400 - 216) = 114\text{mm}$$

$$\eta e_0 = 1,18 \times 212 = 250 > e_{op} = 114.$$

Tính theo nén lệch tâm lớn.

Chọn  $x = \xi_R h_0 = 216\text{mm}$ .

$$A'_s = \frac{Ne - R_b bx(h_0 - 0,5x)}{R_{sc} Z_a}$$

$$A'_s = \frac{650000 \times 410 - 13 \times 250 \times 216(360 - 108)}{280 \times 320} = 1000\text{mm}^2$$

$$A_s = \frac{R_b bx + R'_s A'_s - N}{R_s} = \frac{13 \times 250 \times 216 + 280 \times 1000 - 650000}{280} = 1186\text{mm}^2$$

Tổng lượng cốt thép  $A_s + A'_s = 1186 + 1000 = 2186\text{mm}^2$ .

Kết quả gần bằng khi tính theo đối xứng.

*Chú thích.* Trong thí dụ trên, nếu chọn  $x$  khác đi cũng được, giả sử chọn  $x = 150\text{mm}$  ( $2a' = 80 < x < \xi_R h_0 = 216$ ). Với  $x = 150$  tính được  $A'_s = 1423\text{mm}^2$ ;  $A_s = 843\text{mm}^2$ , tổng lượng cốt thép là:  $A_s + A'_s = 2266\text{mm}^2$ . Kết quả gần bằng với các trường hợp đã tính.

*Thí dụ 2.* Cột tiết diện chữ nhật  $b = 40\text{cm}$ ;  $h = 60\text{cm}$ , chiều dài tính toán  $l_0 = 3,6\text{m}$ ; bê tông mác 250 (cũ) cốt thép RB400W. Nội lực tính toán gồm  $N = 2200\text{kN}$ ,  $M = 352\text{kNm}$ . Yêu cầu tính cốt thép không đối xứng.

Số liệu:  $R_b = 11,5$ ,  $E_b = 27000$ ;  $R_s = R'_s = 365\text{MPa}$ .  $\xi_R = 0,585$ . Giả thiết  $a = a' = 4\text{cm}$ ;  $h_0 = 56\text{cm} = 560\text{mm}$ ;  $Z_a = 520\text{mm}$ .

Xét uốn dọc:  $\frac{l_0}{h} = \frac{3,6}{0,6} = 6 < 8$ . Bỏ qua uốn dọc,  $\eta = 1$ .

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{352}{2200} = 0,16\text{m} = 160\text{mm}; e_a = 20\text{mm}$$

$$e_0 = 160; e = 160 + \frac{600}{2} - 40 = 420\text{mm}.$$

$$e_{op} = 0,4(1,25h - \xi_R h_0) = 0,4(1,25 \times 600 - 0,585 \times 560) = 177$$

$\eta e_0 = 160 < e_{op} = 177$ . Tính toán theo nén lệch tâm bé.

$$\varepsilon_0 = \frac{e_0}{h} = \frac{160}{600} = 0,267$$

$$x = \left[ \xi_R + \frac{1 - \xi_R}{1 + 50\varepsilon_0^2} \right] h_0 = \left[ 0,585 + \frac{0,415}{1 + 50 \times 0,267^2} \right] 560 = 364\text{mm}$$

$$A'_s = \frac{Ne - R_b bx(h_0 - 0,5x)}{R_{sc} Z_a} = \frac{2200000 \times 420 - 11,5 \times 400 \times 364(560 - 182)}{365 \times 520} = 1802\text{mm}^2$$

Tính  $\sigma_s$  theo công thức (1-23):

$$\sigma_s = \left( 2 \frac{1 - \frac{x}{h_0}}{1 - \xi_R} - 1 \right) R_s = \left( 2 \frac{1 - \frac{364}{560}}{1 - 0,585} - 1 \right) 365 = 250 \text{MPa}$$

$$A_s = \frac{R_b b x + R_{sc} A'_s - N}{\sigma_s} = \frac{11 \times 400 \times 364 + 365 \times 1802 - 2200000}{250} = 68 \text{mm}^2$$

$$\frac{e_1}{h_0} = \frac{160}{600} = 0,267; \theta_a = 0,3$$

Điều kiện chọn  $A_s$ :  $A_s \geq \begin{cases} 0,0025 b h_0 = 560 \text{mm}^2 \\ \theta_a A'_s = 0,3 \times 1802 = 600 \text{mm}^2 \end{cases}$

Lấy  $A_s$  theo giá trị lớn hơn trong 3 giá trị ở trên,  $A_s = 600$ .

$$A_s + A'_s = 600 + 1802 = 2402$$

$$\mu_s = \frac{2402}{400 \times 560} = 0,0107 = 1,07\%$$

Cũng với bài toán trên thử giải với trường hợp  $A_s = 0$ . (Thực tế chọn  $A_s$  theo cấu tạo tối thiểu  $A_s = 0,0005 \times 400 \times 560 = 112 \text{mm}^2$  và không kể vào tính toán).

$$e' = 0,5h - \eta e_0 - a' = 300 - 160 - 40 = 100 \text{mm}$$

$$T = \frac{N e'}{R_b b a'^2} = \frac{2200.000 \times 100}{11,5 \times 400 \times 40^2} = 31,25$$

$$\alpha_a = 1 + \sqrt{1 + 2T} = 1 + \sqrt{1 + 62,5} = 8,97$$

$$x = \alpha_a a' = 8,97 \times 40 = 359 \text{mm}$$

$$A'_s = \frac{N - R_b b x}{R_{sc}} = \frac{2200.000 - 11 \times 400 \times 359}{365} = 1824 \text{mm}^2$$

$$A_s + A'_s = 112 + 1824 = 1936 \text{mm}^2$$

## 2.4. TÍNH TOÁN KHẢ NĂNG CHỊU LỰC

### 2.4.1. Các loại bài toán

Khi đã biết kích thước tiết diện và cấu tạo cốt thép có thể tính toán khả năng chịu lực theo một số bài toán khác nhau:

- Kiểm tra xem tiết diện có đủ khả năng chịu được một cặp nội lực  $M, N$  hay không.

- Với lực nén  $N$  cho trước tính xem tiết diện chịu được một mômen  $M$  bằng bao nhiêu.
- Với độ lệch tâm  $e_0$  cho trước tính xem tiết diện chịu được lực nén  $N$  bằng bao nhiêu.
- Với  $M$  cho trước tính xem tiết diện chịu được  $N$  bằng bao nhiêu.

### 2.4.2. Kiểm tra khả năng chịu cặp nội lực $M, N$

Theo chiều tác dụng của  $M$  để xác định vị trí và trị số của  $A_s, A'_s$  (trường hợp cốt thép đối xứng thì không cần). Chuẩn bị các số liệu như trong mục 2.2.1. Chú ý rằng ở đây không giả thiết  $a, a'$  mà xác định trực tiếp từ số liệu cấu tạo.

Để biết được trường hợp tính toán cần tìm giá trị của chiều cao vùng nén  $x$ . Trước hết giả thiết điều kiện (2-6c) được thỏa mãn để từ phương trình (2-7a) rút ra  $x$  và đặt là  $x_2$ .

$$x_2 = \frac{N + R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b} \quad (2-34)$$

Dựa vào giá trị  $x_2$  để phân biệt các trường hợp.

#### 2.4.2.1. Nén lệch tâm lớn thông thường

Khi  $x_2$  nằm trong phạm vi  $2a' \leq x_2 \leq \xi_R h_0$ , kết quả đúng với giả thiết, lấy  $x = x_2$  thay vào công thức (2-4) với  $\sigma'_s = R'_s$  để tính  $M_{lgh}$  và kiểm tra theo điều kiện (2-2).

#### 2.4.2.2. Nén lệch tâm bé

Khi tính được  $x_2 > \xi_R h_0$  không dùng được giá trị  $x_2$  vì giả thiết không đúng. Lúc này phải giải đồng thời hai phương trình để xác định  $x$ . Phương trình thứ nhất là điều kiện cân bằng lực (2-7b), phương trình thứ hai là quan hệ giữa  $\sigma_s$  và  $x$  (1-23) hoặc (1-25).

Khi dùng phương trình (1-23a) kết hợp (2-7b) rút ra được:

$$x = \frac{(N - R_{sc} A'_s)(h - \xi_R h_0) + R_s A_s (h + \xi_R h_0)}{R_b b (h - \xi_R h_0) + 2R_s A_s} \quad (2-35)$$

Điều kiện của  $x$  là  $\xi_R h_0 < x \leq h$

Sau khi có được  $x$  đem thay vào công thức (2-4) với  $\sigma'_s = R_{sc}$  để tính  $M_{lgh}$  và kiểm tra điều kiện (2-2).

#### 2.4.2.3. Trường hợp đặc biệt

Khi tính được  $x_2 < 2a'$  cũng không dùng được giá trị  $x_2$ . Lúc này cần tiến hành kiểm tra theo điều kiện (2-3) với  $M_{2gh}$  xác định theo (2-12b).



#### 2..4.2.4. Kiểm tra sự chịu nén ngoài mặt phẳng uốn

Ngoài việc kiểm tra với cặp nội lực  $M, N$ , khi  $b < h$  còn cần kiểm tra sự chịu lực theo phương ngoài mặt phẳng uốn. Điều kiện kiểm tra là  $N \leq N_0$  với  $N_0$  là khả năng chịu nén đúng tâm, xác định theo công thức (1-6).

#### 2.4.3. Xác định $M$ khi cho trước $N$

Tiến hành theo các bước như đã lập trong mục 2.4.2. để xác định  $M_{lgh}$ . Thay biểu thức của  $e$  vào điều kiện (2-2) tính được  $e_0$ .

$$e_0 = \frac{M_{lgh} - N(0,5h - a)}{\eta N} \quad (2-36)$$

Từ  $e_0$  và độ lệch tâm ngẫu nhiên  $e_a$  tính ra độ lệch tâm  $e_1$ :

$$M = Ne_1 \quad (2-37)$$

Khi xác định  $M$  cần chú ý đến dấu (chiều tác dụng). Dựa vào dấu của  $M$  để biết cốt thép nào là  $A_s, A'_s$ . Nếu không quy định trước dấu của  $M$  thì khi cốt thép không đối xứng sẽ xác định được 2 giá trị của  $M$  theo hai chiều ứng với cốt thép  $A_s$  ở bên trái hoặc bên phải.

#### 2.4.4. Xác định $N$ khi biết $e_0$

Cho trước độ lệch tâm  $e_0$  có nghĩa là cho trước điểm đặt của  $N$ . Dựa vào điểm đặt đó để phân định cốt thép  $A_s, A'_s$  ( $A'_s$  đặt gần  $N$  hơn). Giả thiết điều kiện  $x \geq 2a'$  được thỏa mãn, đem thay biểu thức của  $N$  ở (2-5) với  $\sigma'_s = R_{sc}$  vào điều kiện (2-2) rút ra phương trình để xác định  $x$ :

$$x^2 + 2(e - h_0)x + \frac{2(R_{sc}A'_se' - \sigma_s A_s e)}{R_b b} = 0 \quad (2-38)$$

Cũng có thể lập được phương trình (3-8) bằng cách lấy tổng mômen các lực đối với trục đi qua điểm đặt của  $N$ .

Giả thiết tiếp là  $x \leq \xi_R h_0$  để lấy  $\sigma_s = R_s$  thay vào phương trình, giải ra, lấy nghiệm có nghĩa và đặt là  $x_3$ :

$$x_3 = (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2(R_s A_s e - R_{sc} A'_s e')}{R_b b}} \quad (2.38a)$$

Trong này  $e' = e - Z_a$  được lấy theo dấu đại số để tính.

Dựa vào  $x_3$  tìm được để phân biệt các trường hợp.

#### 2.4.4.1. Nén lệch tâm lớn thông thường

Khi thỏa mãn cả hai giả thiết  $2a' \leq x_3 \leq \xi_R h_0$  thì lấy  $x = x_3$  thay vào công thức (2-7a) để tính N.

#### 2.4.4.2. Nén lệch tâm bé

Khi  $x_3 > \xi_R h_0$ , phải tính lại x.

Lúc này cần giải đồng thời hai phương trình để tìm x và  $\sigma_s$ . Phương trình thứ nhất là phương trình (3-38), phương trình thứ hai là quan hệ  $\sigma_s$  và x, có thể chọn một trong các công thức đã lập (1-23); (1-23a) hoặc (1-25).

Sau khi tìm được x, đem thay vào công thức (2-4) với  $\sigma'_s = R_{sc}$  để tính  $M_{1gh}$ . Từ điều kiện (2-2) rút ra:

$$N = \frac{M_{1gh}}{e} = \frac{R_b b x (h_0 - x/2) + R_{sc} A'_s Z_a}{e} \quad (2-39)$$

#### 2.4.4.3. Trường hợp đặc biệt

Khi tính được  $x_3 < 2a'$  (kể cả trường hợp  $x_3 < 0$ ) cần dùng điều kiện (2-3) và công thức (2-12b) để xác định N:

$$N = \frac{M_{2gh}}{e'} = \frac{R_s A_s Z_a}{(e - Z_a)} \quad (2-39a)$$

#### 2.4.4.4. Giả thiết trước $\eta$

Trong biểu thức xác định e có hệ số  $\eta$  chưa tính được, vậy ban đầu phải giả thiết một giá trị  $\eta \geq 1$  để tính toán. Sau khi có được N thì tính lại  $\eta$ , so sánh với giá trị đã giả thiết, nếu hai giá trị là gần bằng nhau thì chấp nhận được.

#### 2.4.4.5. Kiểm tra ngoài mặt phẳng

Giá trị N tính được còn cần thỏa mãn điều kiện  $N \leq N_0$  như đã trình bày trong mục 2.4.2.4.

### 2.4.5. Xác định N khi cho trước M

#### 2.4.5.1. Tính toán $M_0$ theo trường hợp chịu uốn

Dựa vào chiều của mômen để định vị cốt thép chịu kéo  $A_s$ . Tính toán  $M_0$  là mômen uốn tiết diện chịu được khi  $N = 0$ .

Từ phương trình (2.7a) khi  $N = 0$  rút ra x và đặt là  $x_4$ :

$$x_4 = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{b R_b} \quad (2-40)$$

Khi  $2a' \leq x_4 \leq \xi_R h_0$  lấy  $x = x_4$  để tính  $M_0$ .

$$M_0 = R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s Z_a \quad (2-41)$$

Công thức (2-41) tương tự như công thức (2-4).

Khi  $x_4 > \xi_R h_0$  vẫn dùng công thức (2-41) trong đó  $x = \xi_R h_0$

Khi  $x_4 < 2a'$  (kể cả khi  $x_4 < 0$ ) tính  $M_0$  theo (2-42):

$$M_0 = R_s A_s Z_a \quad (2-42)$$

#### 2.4.5.1. Trường hợp $M > M_0$

Khi  $M > M_0$  cần xác định hai giá trị  $N_1$  và  $N_2$  ứng với trường hợp nén lệch tâm lớn và nén lệch tâm bé.

Giả thiết điều kiện  $x \geq 2a'$  được thỏa mãn ( $\sigma'_s = R_{sc}$ ). Thay biểu thức e vào biểu thức (2-5) vào điều kiện (2-2) rút ra phương trình bậc 2 của x.

$$R_b b x^2 - R_b b h x - R_{sc} A'_s (h - 2a') - \sigma_s A_s (h - 2a) + 2\eta M = 0 \quad (2-43)$$

Tạm giả thiết  $\eta$  để tính toán như ở mục trước.

Giả thiết tiếp  $x \leq \xi_R h_0$  để có  $\sigma_s = R_s$ . Thay  $\sigma_s = R_s$  vào phương trình (2-43) tìm được hai nghiệm  $x_a, x_b$ . Ứng với mỗi nghiệm có nghĩa tính được giá trị N tương ứng.

Với x thỏa mãn điều kiện giả thiết  $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$  thì thay x vào công thức (2-7a) để tính N.

Với  $x > \xi_R h_0$  cần giải đồng thời hai phương trình để xác định  $\sigma_s$  và x. Phương trình (2-43) và một trong các phương trình quan hệ  $\sigma_s$  và x. Có x sẽ tính được N.

Với  $x < 2a'$ , bằng cách biến đổi điều kiện (2-3) rút ra:

$$N = \frac{\eta M - R_s A_s Z_a}{0,5h - a'} \quad (2-44)$$

#### 2.4.5.2. Trường hợp $M < M_0$

Lúc này xảy ra nén lệch tâm bé và chỉ có một giá trị N. Tính toán bằng cách giải đồng thời hai phương trình để tìm x và  $\sigma_s$  sau đó từ x xác định N.

#### 2.4.5.3. Kiểm tra N

Giá trị N tính được trong mục 2.4.5 đều không được lấy lớn hơn giá trị  $N_0$  tính theo công thức (1-6).

## 2.5. BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC

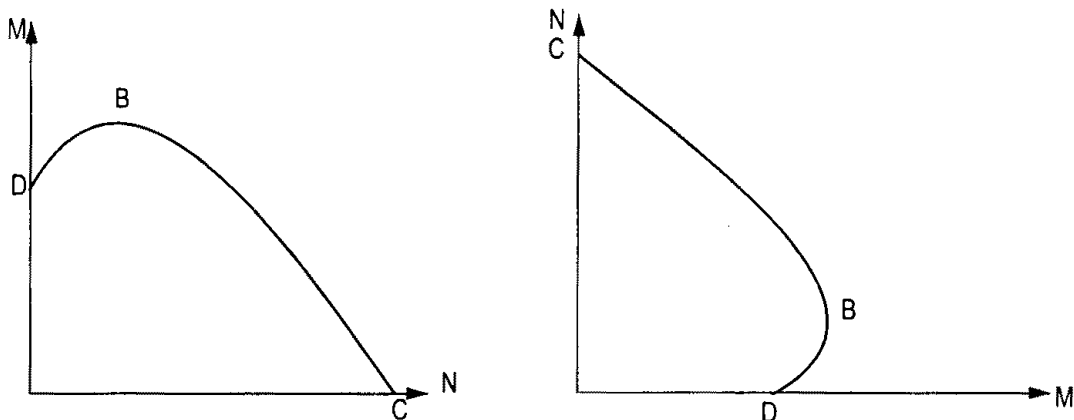
### 2.5.1. Khái niệm về biểu đồ tương tác

Tương tác ở đây là tương tác giữa khả năng chịu mômen uốn  $M$  và khả năng chịu lực nén  $N$ .

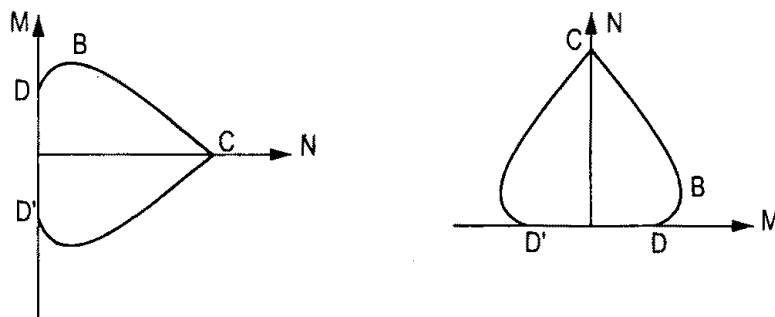
Với một tiết diện có cốt thép đã biết biểu đồ tương tác thể hiện toàn bộ khả năng chịu lực của nó ứng với mọi giá trị của  $M$  và  $N$ .

Như đã trình bày trong mục 2.4 ứng với mỗi giá trị  $N$  tìm được một giá trị  $M$ , ứng với mỗi giá trị  $e_0$  tìm được một giá trị  $N$  hoặc ứng với mỗi giá trị  $M$  tìm được một hoặc hai giá trị  $N$ . Lập biểu đồ với hai trục là  $M$  và  $N$ . Mỗi cặp giá trị như vừa nêu cho một điểm. Tập hợp tất cả các điểm có được biểu đồ tương tác. Khi đặt cốt thép đối xứng biểu đồ có dạng như trên hình 2.6. Trong hai trục có thể lấy trục đứng để biểu diễn  $M$  hoặc  $N$  tùy theo sự thuận lợi khi thể hiện và khi dùng.

Hình 2.6 thể hiện biểu đồ khi mômen  $M$  theo một chiều. Khi xét  $M$  theo hai chiều (dương và âm) thì biểu đồ được phát triển theo cả hai phía như trên hình 2.7.

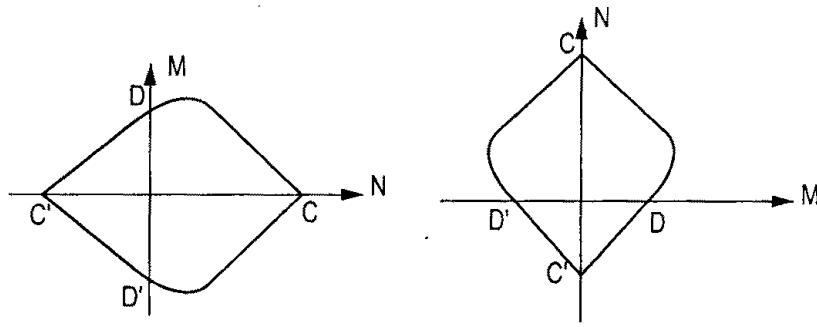


Hình 2.6. Biểu đồ tương tác thể hiện theo hai cách với  $M$  theo 1 chiều



Hình 2.7. Biểu đồ tương tác với  $M$  hai chiều

Khi xét cả  $N$  theo hai chiều (nén và kéo) thì biểu đồ được phát triển thành dạng khép kín như trên hình 2.8.



Hình 2.8. Biểu đồ tương tác với M và N theo hai chiều.

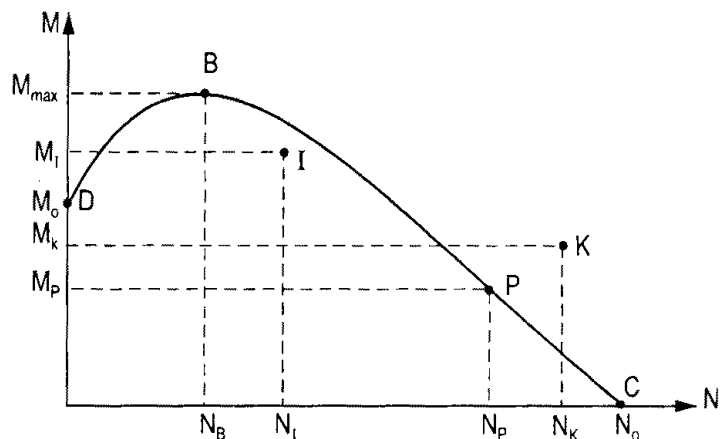
Xét riêng góc một phần tư với N nén, trên biểu đồ có ba điểm đặc biệt. Điểm D ứng với  $N = 0$  và  $M_0$  (công thức 2-41, 2-42). Điểm C ứng với  $M = 0$  và  $N_0$ . Giá trị  $N_0$  xác định theo công thức (1-6). Điểm B ứng với  $M_{max}$  và  $N_B$ . Có thể chứng minh được rằng khi  $a = a'$ , điểm B ứng với trường hợp  $x = x_B = \frac{h_0 + a'}{2} = 0,5h$ . Với giá trị này của  $x$ , nếu tính toán cốt thép không đối xứng sẽ có được tổng lượng cốt thép  $A_s + A'_s$  là nhỏ nhất.

Biểu đồ tương tác chia mặt phẳng làm hai miền: bên trong và bên ngoài. Với một cặp nội lực M, N cho trước có một điểm trong mặt phẳng. Khi điểm đó thuộc miền trong (điểm I) tiết diện đủ khả năng chịu lực. Nếu điểm đó thuộc miền ngoài (điểm K) tiết diện không đủ khả năng chịu lực (hình 2.9).

Trên biểu đồ, vùng lân cận điểm B có thể là nén lệch tâm lớn hoặc bé, phần còn lại trong đoạn DB tương ứng với nén lệch tâm lớn, trong đoạn BC - nén lệch tâm bé.

Với các điểm nằm ngay trên biểu đồ (điểm P) khả năng chịu lực vừa đúng bằng nội lực mà tiết diện phải chịu. Khi điểm đó nằm trên đoạn BC thì một trong hai nội lực M hoặc N giảm xuống sẽ làm tăng độ an toàn và ngược lại. Nếu điểm đó nằm trên đoạn DB thì khi M giảm sẽ tăng an toàn còn N giảm sẽ nguy hiểm. Trong đoạn  $M > M_0$  ứng với mỗi giá trị của M có hai lực  $N_1$  và  $N_2$ . Khi N thay đổi trong khoảng trên  $N_1 \leq N \leq N_2$  thì có được an toàn (giả thiết  $N_2 > N_1$ ) còn nếu N vượt ra ngoài phạm vi trên là nguy hiểm.

Điểm B ứng với  $M_{max}$ . Với mômen này tiết diện chỉ đủ khả năng chịu lực khi N vừa bằng đúng  $N_B$  còn nếu N tăng lên hay giảm xuống tiết diện đều bị nguy



Hình 2.9. Biểu đồ và các cặp nội lực

hiếm. Với nhận xét này, khi thiết kế không nên vì mục đích tiết kiệm cốt thép mà cho tiết diện làm việc ở điểm B nếu chưa có được độ tin cậy cần thiết của M và N.

### 2.5.2. Biểu đồ tương tác với $A_s$ khác $A'_s$

Với tiết diện đặt cốt thép không đối xứng, đặc biệt là khi  $A_s$  và  $A'_s$  khác nhau nhiều thì biểu đồ tương tác có một đoạn lồi hơi khác so với các biểu đồ đã vẽ cho tiết diện đặt cốt thép đối xứng. Để xem xét vấn đề này trước hết cần bàn về trọng tâm hình học và trọng tâm vật liệu của tiết diện.

Trọng tâm hình học O của tiết diện chữ nhật cách đều các cạnh, là giao điểm của hai đường chéo. Trọng tâm vật liệu của tiết diện, ký hiệu  $O_v$  được xác định có kể đến sự khác nhau về khả năng biến dạng của bê tông và của cốt thép thông qua giá trị môđun đàn hồi của chúng.

Một cách khác, trọng tâm vật liệu  $O_v$  là trọng tâm của tiết diện tương đương trong đó đã quy đổi diện tích cốt thép ra diện tích bê tông tương đương. Hệ số quy đổi là tỷ số của

$$\text{môđun đàn hồi } n_s = \frac{E_s}{E_b}$$

Lấy trục đi qua mép tiết diện phía có  $A'_s$  làm chuẩn, khoảng cách từ  $O_v$  đến trục chuẩn là  $y_v$  được xác định như sau:

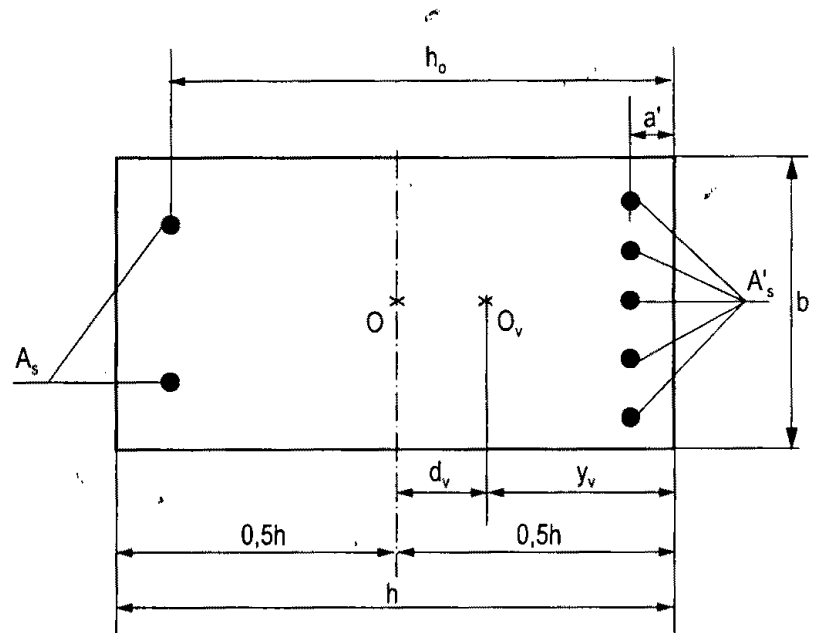
$$y_v = \frac{0,5bh^2 + n_s(A_s h_0 + A'_s a')}{bh + n_s(A_s + A'_s)} \quad (2-45)$$

Với tiết diện có cốt thép đối xứng thì  $y_v = 0,5h$ , điểm  $O_v$  trùng với O.

Khi lập sơ đồ tính toán chúng ta lấy trục đi qua trọng tâm O để xác định độ lệch tâm  $e_0$  và tính  $M = Ne_0$ . Nhưng nếu lấy trục đi qua trọng tâm  $O_v$  thì mômen  $M_v$  sẽ là (hình 2.11a).

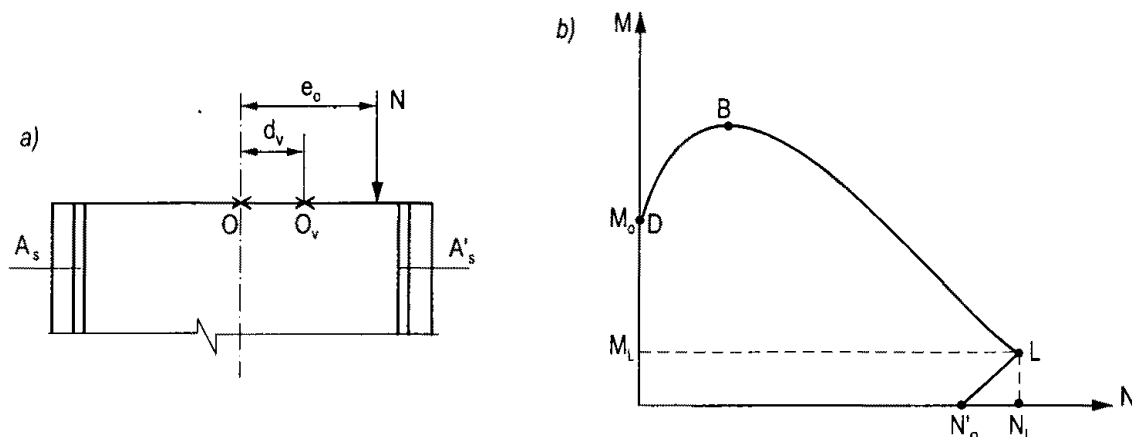
$$M_v = N(e_0 - d_v) = M - Nd_v \quad (2-46)$$

Trong đó:  $d_v$  - khoảng cách giữa O và  $O_v$ ;  $d_v = 0,5h - y_v$ .



Hình 2.10. Trọng tâm hình học O và trọng tâm vật liệu  $O_v$  của tiết diện.

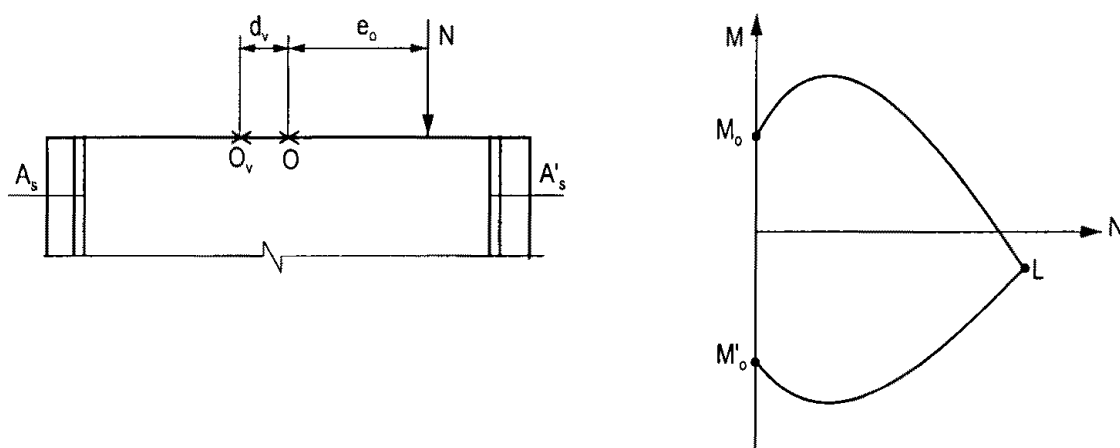
Những nghiên cứu về sự làm việc của tiết diện bê tông cốt thép cho rằng tính toán với trục qua  $O_v$  là đúng hơn, tuy vậy trong nhiều trường hợp độ sai lệch không đáng kể nên được bỏ qua. Người ta chỉ nêu ra vấn đề này khi muốn thể hiện thật chính xác (theo lý thuyết) biểu đồ tương tác.



Hình 2.11. Sơ đồ và biểu đồ tương tác khi  $A'_s > A_s$

Như vậy khi lực  $N$  đặt đúng vào  $O_v$  tiết diện mới thực sự chịu nén trung tâm và chịu được lực nén lớn nhất  $N_L = N_0$ . Tuy vậy nếu so với trục qua  $O$  thì lúc này tiết diện vẫn còn chịu một mômen  $M = M_L = Nd_v$ . Khi vị trí đặt lực  $N$  nằm giữa  $O$  và  $O_v$  thì thực chất, so với  $O_v$ ,  $M$  đã đổi chiều. Trên biểu đồ có một đoạn lùi từ  $L$  (hình 2.11b).

Khi  $A_s > A'_s$ , điểm  $O_v$  gần với  $A_s$  hơn, sơ đồ và biểu đồ tương tác như trên hình 2.12.



Hình 2.12. Sơ đồ và biểu đồ tương tác khi  $A_s > A'_s$

### 2.5.3. Các phương pháp vẽ biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác được tính toán theo từng điểm, nối các điểm lại thành đường liên tục. Để xác định tọa độ từng điểm có thể dùng một trong những cách đã trình bày ở các mục 2.4.3. đến 2.4.5: Cho  $N$  tìm  $M$ , cho  $M$  tìm  $N$  hoặc cho  $\eta_0$  tìm  $N$ . Dùng bài toán biết  $\eta_0$  tính  $N$  trong việc vẽ biểu đồ tương tác có nghĩa là từ gốc tọa độ kẻ đường xiên

lập với trục N một góc  $\varphi$  mà  $\operatorname{tg}\varphi = \eta e_0$ . Điểm cần tìm nằm trên đường xiên đó (khi đã tính được N). Có thể và nên dùng kết hợp các phương pháp vì mỗi phương pháp có chỗ mạnh và chỗ yếu của nó. Ba phương pháp đã trình bày là với một giá trị đã biết của đại lượng này tìm giá trị tương ứng của đại lượng kia. Để vẽ biểu đồ thì chúng ta tự cho đại lượng này các giá trị khác nhau để tìm các giá trị tương ứng của đại lượng kia và có được một số điểm.

Trong các phương pháp đã biết phương pháp nào cũng phải tính toán thông qua một biến trung gian là  $x$ . Vậy có thể xem  $x$  là biến độc lập để từ đó xác định các giá trị của M và N. Về phương diện vật lý, cho  $x$  biến đổi có nghĩa là sử dụng thay đổi mức độ chịu nén của bê tông từ đó mà xác định khả năng chịu nén mà khả năng chịu mômen của tiết diện. Về mặt thực hành lấy  $x$  làm biến số là đơn giản hơn cả.

Trước hết tính  $x_4$  theo công thức (2-40).

Khi  $x_4 \geq 2a'$  thì lấy  $x$  biến thiên trong khoảng  $x_4 \leq x \leq h$ .

Khi  $x_4 < 2a'$  (kể cả khi  $x_4 < 0$ ) lấy  $2a' \leq x \leq h$ .

Nhận xét rằng, khi tính toán tiết diện, nếu kể đến độ lệch tâm ngẫu nhiên  $e_a$  và ảnh hưởng của uốn dọc  $\eta$  thì mômen từ M tăng lên thành  $M^* = N\eta e_0$  - xem công thức (1-18). Trong tính toán thực hành, ở trục mômen người ta không đặt giá trị M mà đặt giá trị  $M^*$ , làm như vậy việc lập và sử dụng biểu đồ đơn giản hơn.

Với các giá trị của  $x$  trong khoảng  $2a' \leq x \leq \xi_R h_0$  tính giá trị N theo công thức (2-7a), tính  $M_{lgh}$  theo công thức (2-4) trong đó  $\sigma'_s = R_{sc}$  và tính  $N\eta e_0$  theo công thức (2-47) rút ra từ điều kiện (2-2).

$$M^* = N\eta e_0 = M_{lgh} - N(0,5h - a) \quad (2-47)$$

Với các giá trị  $x$  trong khoảng  $\xi_R h_0 < x \leq h$ , dùng công thức (1-23a) xác định  $\sigma_s$ , dùng công thức (2-7b) tính N, dùng công thức (2-4) tính  $M_{lgh}$  và xác định  $N\eta e_0$  theo (2-47).

#### 2.5.4. Nhận xét về biểu đồ tương tác

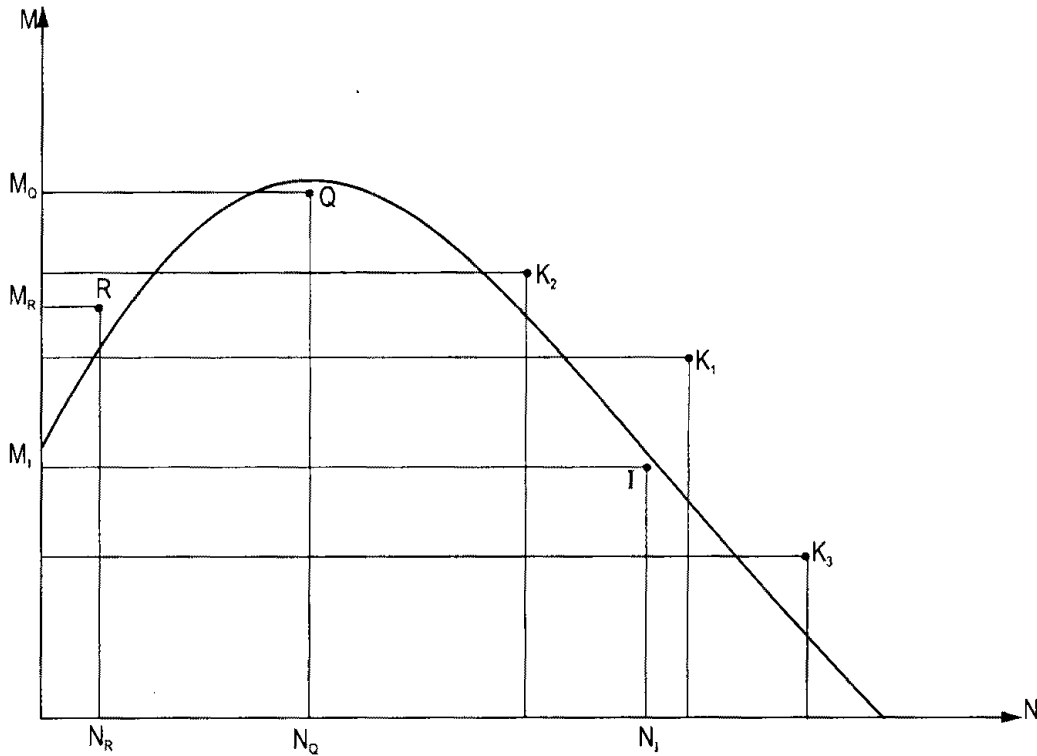
Biểu đồ tương tác của tiết diện đặt cốt thép đối xứng có hình dạng như hình 2.6. và 2.9. Khi dùng biểu đồ này để xem xét khả năng chịu lực của tiết diện có một số nhận xét như sau (hình 2.13):

- Điểm I nằm bên trong miền chịu lực với  $M_I, N_I$ . Các điểm  $K_1, K_2, K_3$  nằm bên ngoài miền chịu lực thì hoặc là cả  $M_{K_j}, N_{K_j}$  đều lớn hơn  $M_I, N_I$ , hoặc ít nhất cũng có một trong hai đại lượng lớn hơn  $M_I, N_I$ . Đó là trong đại thể.

- Trong vùng lân cận đoạn DB tình hình có khác. Một điểm Q ở miền trong với  $M_Q, N_Q$ . Một điểm R ở miền ngoài trong lúc đó  $M_R < M_Q$  và  $N_R < N_Q$ . Như vậy tiết diện



chịu được một cặp nội lực  $M_Q, N_Q$  trong lúc không chịu được cặp  $M_R, N_R$  đều có giá trị nhỏ hơn. Tuy vậy cặp nội lực  $M_R, N_R$  có độ lệch tâm  $e_0 = \frac{M}{N}$  lớn hơn. Điều nhận xét vừa rồi như là một nghịch lý, nó được giải thích bằng cách phân tích sự làm việc của tiết diện bê tông cốt thép chịu nén lệch tâm lớn, sự phá hoại bắt đầu từ vùng kéo. Khi  $M$  và  $N$  đều giảm nhưng  $N$  giảm nhiều hơn thì lực kéo trong cốt thép sẽ tăng lên. Công thức (2-20) cho thấy, khi  $N$  lớn thì cốt thép chịu kéo  $A_s$  sẽ bé hơn.



Hình 2.13. Nhận xét về biểu đồ tương tác

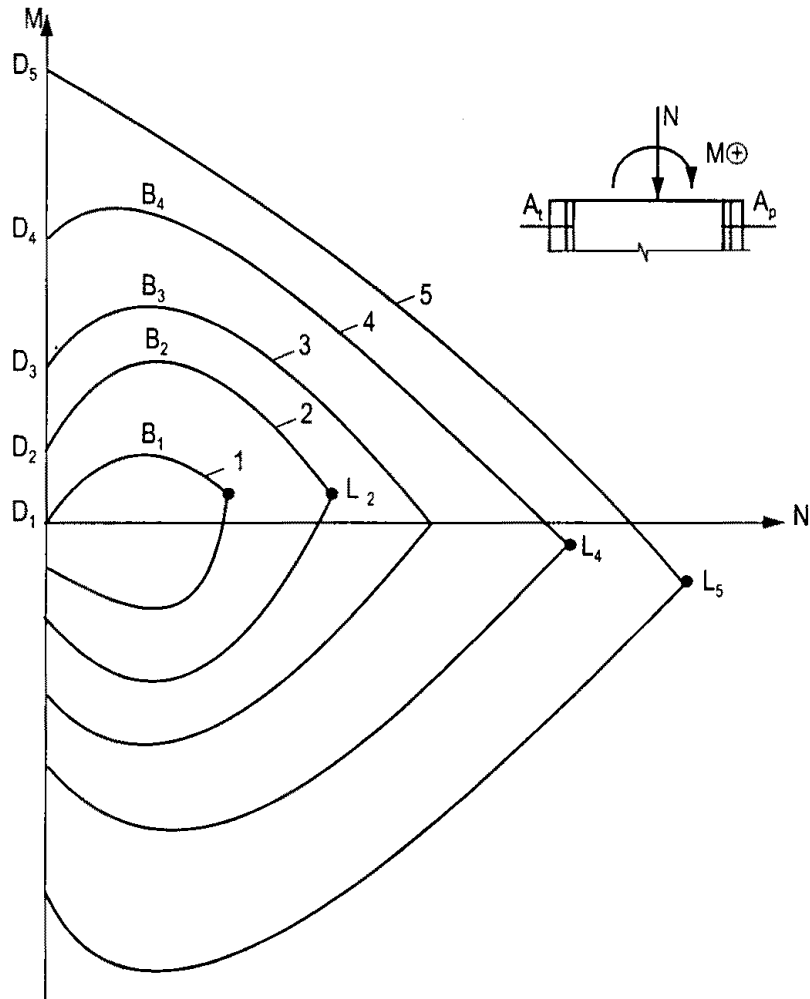
Hình dạng đường cong của biểu đồ tương tác phụ thuộc vào giá trị tuyệt đối và tỷ lệ giữa cốt thép ở hai phía, vào giá trị tương đối của  $x_4$  là  $\xi_4 = \frac{x_4}{h_0}$ .

Xét tiết diện đặt cốt thép ở phía bên trái là  $A_t$ , bên phải là  $A_p$ . Cho  $A_p$  một giá trị cố định vào mức trung bình, cho  $A_t$  thay đổi từ 0 đến một giá trị khá lớn. Vẽ các biểu đồ với cả mômen dương ( $A_t$  chịu kéo) và mômen âm ( $A_p$  chịu kéo). Hình dạng các biểu đồ thay đổi như thể hiện trên hình 2.14.

Xét riêng phần biểu đồ ứng với mômen dương ( $A_t$  chịu kéo) thấy như sau:

Khi  $A_t = 0$  có đường 1, điểm  $D_1$  trùng gốc tọa độ. Tuy  $A_t = 0$  nhưng khi tăng lực nén  $N$  khả năng chịu mômen tăng cho đến điểm  $B_1$ .

Tăng  $A_t$  nhưng  $A_t < A_p$ , có đường 2. Biểu đồ có điểm lồi  $L_2$  ở phía trên. Khi  $A_t = A_p$ , có đường 3, đối xứng.



Hình 2.14. Các dạng đường cong của biểu đồ tương tác

Tăng  $A_t > A_p$  nhưng vẫn giữ cho  $\xi_4 = \frac{x_4}{h_0} < \xi_R$  (xem  $x_4$  ở công thức 2-40), có đường 4 với điểm lồi  $L_4$  nằm ở phía dưới. Khi giá trị  $\xi_4$  càng tăng lên thì đoạn DB càng giảm. Tăng  $A_t$  đến mức  $\xi_4 > \xi_R$ , đoạn DB biến mất (đường 5).

### 2.5.5. Biểu đồ tương tác không thứ nguyên

Lập biểu đồ với kích thước tiết diện và cốt thép đã biết như phần trên đã trình bày chỉ thích hợp cho một trường hợp cụ thể nào đó với việc vận dụng bị hạn chế. Lập biểu đồ với các thông số không thứ nguyên, đặc biệt là lập các họ biểu đồ sẽ có được sự vận dụng rộng rãi hơn.

Xét tiết diện đặt cốt thép đối xứng  $A_s = A'_s$  và thỏa mãn điều kiện  $R_s = R_{sc}$ .

$$\text{Đặt : } n = \frac{N}{R_b b h_0}; \quad m = \frac{M^*}{R_b b h_0^2} = \frac{N \eta e_0}{R_b b h_0^2}$$

$$\delta = \frac{a}{h_0} = \frac{a'}{h_0}; \quad \xi = \frac{x}{h_0}$$

$$\alpha = \frac{R_{sc} A'_s}{R_b b h_0} = \frac{R_s A_s}{R_b b h_0} \quad (2-48)$$

Công thức (2.7b) biến đổi thành:

$$n = \xi + \alpha (1 - \varphi_s) \quad (4-49)$$

Trong đó  $\varphi_s = \frac{\sigma_s}{R_s}$ . Khi  $\xi \leq \xi_R$  thì  $\varphi_s = 1$  và  $n = \xi$ .

Với  $\xi > \xi_R$  và khi dùng công thức (1-23a) để xác định  $\sigma_s$  sẽ có được:

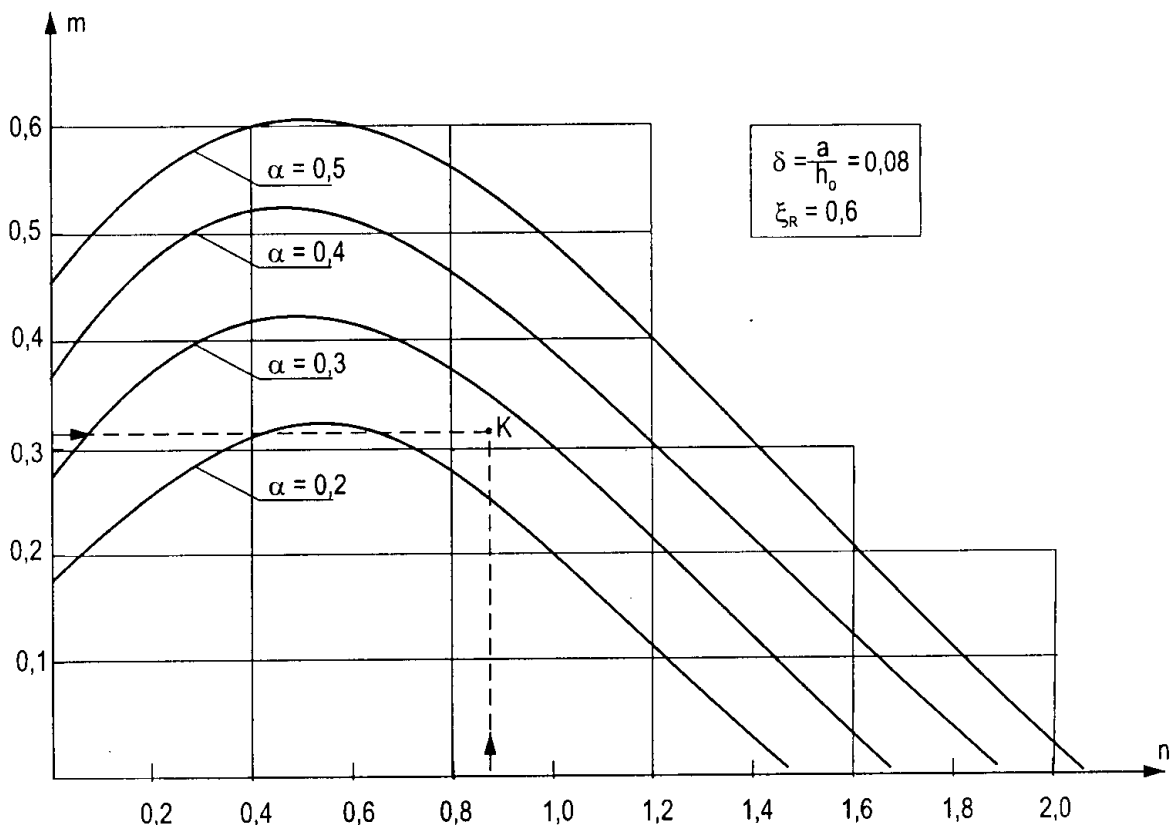
$$\varphi_s = \frac{\sigma_s}{R_s} = 1 - \frac{2(\xi - \xi_R)}{1 + \sigma - \xi_R} \quad (2-50)$$

Biến đổi công thức (2-47) thành:

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) \quad (2-21)$$

Để lập một biểu đồ, cho  $\delta$ ,  $\xi_R$  và  $\alpha$  một giá trị chọn sẵn, cho  $\xi$  thay đổi sẽ tính ra các giá trị  $n$  và  $m$ . Mỗi cặp  $n$ ,  $m$  cho một điểm của biểu đồ. Lấy  $\xi$  thay đổi từ 0 đến  $\xi_R$ , sau đó từ  $\xi_R$  đến  $h$ .

Với  $\delta$ ,  $\xi_R$  chọn sẵn, lại cho  $\alpha$  thay đổi ( $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ ) sẽ có được một họ biểu đồ. Như vậy một họ biểu đồ ứng với một giá trị  $\delta$ ,  $\xi_R$ , nhiều giá trị  $\alpha$ . Cho  $\delta$  thay đổi sẽ có nhiều họ biểu đồ với các  $\delta$ ,  $\alpha$  khác nhau. Hình 2.15 vẽ một họ biểu đồ như vậy.



Hình 2.15. Họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên

Khi vẽ biểu đồ cho một tiết diện cụ thể với chiều dài tính toán  $l_0$  cho trước, đã xét được ảnh hưởng của uốn dọc theo phương yếu nhất (hệ số uốn dọc  $\varphi$ ) để tính giá trị  $N_0$  (khả năng chịu nén đúng tâm, khi  $M = 0$ ). Khi lập biểu đồ không thứ nguyên chưa xét được điều vừa trình bày vì vậy giá trị  $n$  ứng với  $m = 0$  chỉ mới thể hiện khả năng chịu nén lớn nhất lúc chưa kể uốn dọc.

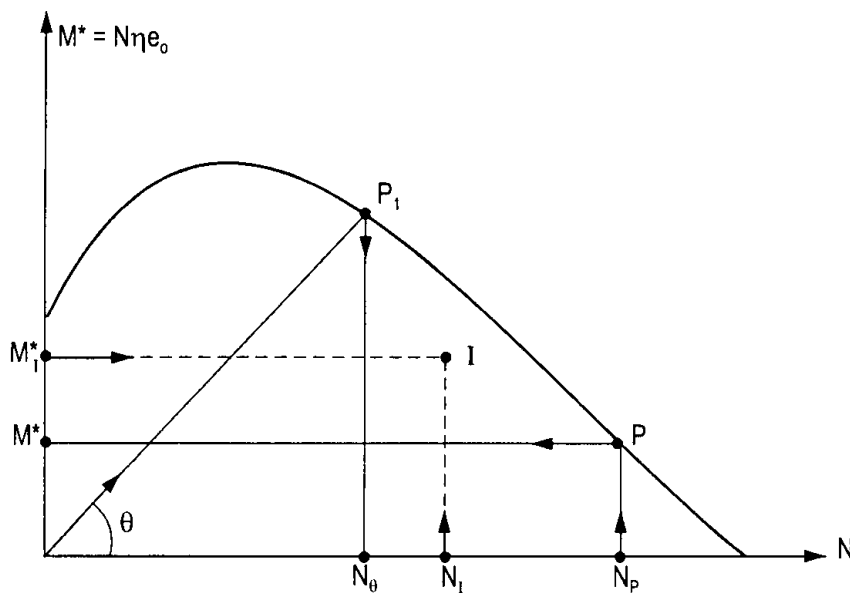
### 2.5.6. Dùng biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác của tiết diện một cấu kiện cụ thể được dùng chủ yếu để kiểm tra khả năng chịu lực theo các bài toán trong mục 2.4.

Để kiểm tra khả năng chịu cặp nội lực  $M, N$  thì trước hết tính  $e_0, \eta$  và  $M = N\eta e_0$ . Với  $M^*$  và  $N$  có được một điểm  $I$ . Khi điểm đó nằm ở miền trong của biểu đồ thì tiết diện đủ khả năng chịu lực.

Để xác định  $M$  khi biết  $N$  thì từ  $N$  tìm được điểm  $P$  là giao của đường giống từ  $N$  với biểu đồ. Từ  $P$  tìm ra  $M^*$ , tính được  $e_0$  và  $M$ .

Để xác định  $N$  khi biết  $e_0$ , giả thiết hệ số  $\eta$ . Kẻ đường xiên có góc  $\theta$  mà  $\text{tg } \theta = \eta e_0$ . Đường này cắt biểu đồ tại điểm  $P_1$ . Từ  $P_1$  tìm ra giá trị  $N$  (hình 2.16). Chú ý  $\text{tg } \theta$  ở đây có đơn vị chiều dài, phải tính toán theo tỷ lệ trên hai trục của biểu đồ.



Hình 2.16. Dùng biểu đồ tương tác để xác định khả năng chịu lực

Họ biểu đồ không thứ nguyên, ngoài việc dùng để kiểm tra khả năng chịu lực như trên (chỉ dùng một đường ứng với  $\alpha$  đã biết) còn dùng để tính toán cốt thép một cách nhanh chóng.

Từ các số liệu  $M, N, b, h, R_s, R_b$  đã cho, giả thiết  $a$  để tính  $h_0$  và  $\delta = \frac{a}{h_0}$ . Tính  $n,$

$\eta e_0, m$ . Dùng họ đường cong với  $\delta$  và  $\xi_R$  thích hợp sẽ từ  $m, n$  tìm được  $\alpha$  và :

$$A_s = \frac{\alpha R_b b h_0}{R_s} \quad (2-52)$$

*Thí dụ.* Lấy số liệu ở thí dụ 3 mục 2.2.6:  $b = 300$ ,  $h = 500\text{mm}$ ;  $l_0 = 2,8\text{m}$ ;  $R_b = 11,5$ ;  $R_s = 280\text{MPa}$ ;  $N = 1320\text{kN}$ ;  $M = 218\text{kN}$ . Giả thiết  $a = 37$ ,  $h_0 = 463$ ,  $\delta = \frac{37}{463} = 0,08$ ;  $\xi_R = 0,61$ .

Đã tính toán được  $e_0 = 165\text{mm}$ ;  $\eta = 1$ .

$$n = \frac{N}{R_b b h_0} = \frac{1320 \times 1000}{11,5 \times 300 \times 463} = 0,864$$

$$m = \frac{N \eta e_0}{R_b b h_0^2} = n \frac{\eta e_0}{h_0} = 0,864 \frac{165}{463} = 0,308$$

Với  $n = 0,864$  và  $m = 0,308$  tìm trên họ biểu đồ có điểm K nằm giữa hai đường cong ứng với  $\alpha = 0,2$  và  $0,3$ . Nội suy có được  $\alpha = 0,28$  (gần đúng).

$$A_s = \frac{0,28 \times 11,5 \times 300 \times 467}{280} = 1610\text{mm}^2$$

### 2.5.7. Thí dụ vẽ biểu đồ tương tác

*Thí dụ 1.* Cho tiết diện như trên hình 2.4b với  $l_0 = 2,8\text{m}$ ;  $b = 30\text{cm}$ ,  $h = 50\text{cm}$ ,  $A_s = A'_s = 2\phi 22 + 2\phi 25 = 17,4\text{cm}^2$ ,  $a = a' = 3,75\text{cm}$ , lấy tròn  $a = a' = 4\text{cm}$ ,  $R_b = 11$ ,  $R_s = 260\text{MPa}$ ;  $\xi_R = 0,64$ . Tính toán và vẽ biểu đồ tương tác.

$$h_0 = 50 - 4 = 46\text{cm} = 460\text{mm}; Z_a = 420\text{mm}.$$

$$x_4 = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b} = 0$$

$$M_0 = R_s A_s Z_a = 260 \times 1740 \times 420 = 190 \times 10^6 \text{N}_{\text{iu}}\text{mm} = 190\text{kNm}.$$

$$N_0 = \varphi(R_b A_b + R_s A_{st}) \text{ (công thức 1-6).}$$

$$A_{st} = A_s + A'_s = 17,4 \times 2 = 34,8\text{cm}^2 = 3480\text{mm}^2$$

$$A_b = 300 \times 500 - 3480 = 146500\text{mm}^2.$$

$$i = 0,288b = 0,288 \times 300 = 8,6$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{2800}{86,4} = 32,4 > 28, \text{ cần xét uốn dọc}$$

$$\varphi = 1,028 - 0,0000288 \times 32,4^2 - 0,0016 \times 32,4 = 0,94$$

$$N_0 = 0,94 (11 \times 146500 + 260 \times 3480) = 2365000 \text{ Niu.}$$

$$N_0 = 2365 \text{ kN}$$

Cho x biến thiên trong khoảng  $2a' = 80 \leq x \leq \xi_R h_0 = 276$

Lấy  $x = 80$ ;

$$N = R_b b x + R_s A'_s - R_s A_s = 11 \times 300 \times 80 + (0) = 264000 \text{ Niu} = 264 \text{ kN}$$

$$M_{lgh} = R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s Z_a$$

$$= 11 \times 300 \times 80 (460 - 40) + 260 \times 1740 \times 420 = 300,9 \times 10^6 \text{ Niu mm} = 300,9 \text{ kNm.}$$

$$M^* = M_{lgh} - N (0,5h - a) = 300,9 - 264 (0,5 \times 0,5 - 0,04) = 245,4 \text{ kNm.}$$

Tiếp tục lấy các giá trị khác của x bằng 120, 160, 200, 230, 250, 276, tính được kết quả ghi trong bảng:

x (mm)	N (kN)	$M_{lgh}$ (kNm)	$M^*$ (kNm)
120	396	348,4	265,2
160	528	390,6	279,7
200	660	427,6	289
230	759	451,8	292,4
250	825	466,4	293,2
276	91	483,3	292

Tiếp tục cho x biến thiên trong khoảng  $\xi_R h_0 < x \leq h = 500$ , với  $x = 300$ , (dùng công thức 1.23a tính  $\sigma_s$ ):

$$\sigma_s = \left[ 1 - \frac{2(x - \xi_R h_0)}{h - \xi_R h_0} \right] R_s = \left[ 1 - \frac{2(300 - 276)}{500 - 276} \right] 260 = 204,3 \text{ MPa}$$

$$N = R_b b x + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s$$

$$= 11 \times 300 \times 300 + 260 \times 1740 - 204,3 \times 1740 = 1087 \times 10^3 \text{ Niu.}$$

$$M_{lgh} = R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s Z_a$$

$$= 11 \times 300 \times 300 (460 - 150) + 260 \times 1740 \times 420 = 496,9 \times 10^6 \text{ Nmm.}$$

$$M^* = 496,9 - 1087 (0,5 \times 5 - 0,04) = 268,6.$$

Tiếp tục tính toán với các giá trị của x bằng 350, 400, 450, 480. Kết quả ghi ở bảng sau:

x (mm)	$\sigma_s$ (MPa)	N (kNiu)	$M_{lgh}$ (kNm)	$M^*$ (kNm)
300	204,3	1087	497	269
350	88,2	1454	519	214
400	-27,8	1820	533	151
450	-144	2188	539	80
480	-213,6	2407	-	-

Lực nén tối đa cột chịu được  $N = 2365$  kN, khi tính với  $x = 480$  có  $N = 2407 > N_0$ , dừng tính toán. Kết quả để vẽ biểu đồ ghi trong bảng sau:

N	0	396	528	660	759	825	911	1087	1454	1820	2188	2365
$M^*$	190	265,2	279,7	289	292,4	293	292	269	214	151	539	0

Thí dụ 2. Vẽ biểu đồ tương tác không thứ nguyên, cốt thép đối xứng với  $\delta = \frac{a}{h_0} = 0,08$ .

Tỷ lệ cốt thép  $\mu = \frac{A_s}{bh_0} = 0,01$ ,  $R_s = 260$ ;  $R_b = 13$ ;  $\xi_R = 0,6$

$$\alpha = \frac{A_s R_s}{R_b b h_0} = 0,01 \times \frac{260}{13} = 0,2$$

Trong phạm vi  $0 < \xi < \xi_R = 0,6$  có  $n = \xi$ .

Khi  $\xi = 0$ ;  $n = 0$ ;  $m = (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = 0,92 \times 0,2 = 0,184$

với  $\xi = 2\delta = 0,16$ ;  $n = 0,16$

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = 0,16(1 - 0,08) + 0,92(0,2 - 0,08)$$

$$m = 0,2576.$$

Với các giá trị khác của  $\xi \leq \xi_R = 0,6$ , kết quả ghi trong bảng sau:

$\xi$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
n	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
m	0,272	0,301	0,32	0,329	0,328

Với  $\xi_R < \xi < 1 + \delta = 1,08$ .

$$\varphi_s = 1 - \frac{2(\xi - \xi_R)}{1 + \delta - \xi_R} = 1 - \frac{\xi - 0,6}{0,24}$$

$$n = \xi + \alpha(1 - \varphi) = \xi + 0,2(1 - \varphi_s)$$

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) = \xi(1 - 0,5\xi) + 0,92(0,2 - 0,5n)$$

$\xi$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,08
$\varphi_s$	0,583	0,167	-0,25	-0,667	-1,0
n	0,783	0,967	1,15	1,33	1,48
m	0,28	0,23	0,15	0,07	0

Kết quả vẽ biểu đồ tương tác lấy theo hai bảng trên. Khi cho  $\alpha$  thay đổi sẽ có một họ biểu đồ. Hình 2.15 thể hiện họ biểu đồ với các giá trị  $\alpha = 0,2; 0,3; 0,4$  và  $0,5$ . Chú ý rằng họ biểu đồ ở hình 2.15 mang tính chất tượng trưng, được thể hiện chưa thật chính xác do đó chưa dùng được để thiết kế thực tế. Để dùng cho thực tế có thể tham khảo các biểu đồ ở phụ lục. Theo nguyên tắc và thí dụ đã nêu, mỗi cơ quan thiết kế nên tự lập cho mình một số biểu đồ mẫu để dùng.

## 2.6. TÍNH TOÁN VỚI NHIỀU CẶP NỘI LỰC

### 2.6.1. Chọn các cặp nội lực để tính toán

Khi tổ hợp nội lực để tính toán cột (xem mục 1.3) thông thường mỗi cột được xét ít nhất hai tiết diện, mỗi tiết diện có 6 cặp nội lực trong hai tổ hợp cơ bản, như vậy mỗi cột có ít nhất 12 cặp nội lực cơ bản. Ngoài ra còn có thể có các cặp nội lực của tổ hợp đặc biệt. Theo nguyên tắc thì tiết diện cần phải đủ khả năng chịu tất cả các cặp nội lực có thể xảy ra. Khi dùng biểu đồ tương tác để tính toán cốt thép hoặc kiểm tra thì việc tính với một số lớn các cặp nội lực không có gì là phức tạp. Tuy vậy, khi dùng công thức để tính toán thì khối lượng công việc tăng lên nhiều. Để giảm nhẹ khối lượng người ta tìm cách bỏ bớt một số cặp, chỉ chọn ra một số cặp thuộc loại bất lợi nhất để tính toán (cần nhiều cốt thép hơn). Khi tiết diện có đủ khả năng chịu được các cặp thuộc loại bất lợi nhất thì nó cũng đủ khả năng chịu các cặp còn lại.

Điều 3.21 của TCVN 5574 - 1991 quy định: Chọn các cặp nội lực M, N bất lợi trong đó ngoài giá trị tuyệt đối của mômen còn cần xét đến chiều của nó. Với một lực nén N đã chọn, để tính toán cần lấy M có giá trị tương ứng lớn nhất. Còn nếu với M đã chọn để tính toán mà N tương ứng có khả năng thay đổi thì cần xét đến cả giá trị N bé nhất và N lớn nhất.

Trong các cặp nội lực của bảng tổ hợp thì cả M và N đều thay đổi do đó khó chọn ra một cặp nào đó là bất lợi nhất mà thường phải chọn ra một số cặp đáng nghi ngờ thuộc loại bất lợi nhất, trong đó nếu đặt cốt thép đối xứng thì không cần chú ý đến chiều của mômen còn nếu đặt cốt thép không đối xứng thì phải chú ý cả đến chiều của mômen (M dương, M âm). Các cặp thuộc loại bất lợi nhất là các cặp:

- Cặp có giá trị tuyệt đối mômen lớn nhất.
- Cặp có lực nén lớn nhất.



- Cặp có độ lệch tâm  $e_0$  lớn nhất.
- Cặp có M và N đều thuộc loại lớn.
- Cặp có M và độ lệch tâm  $e_0$  đều thuộc loại lớn.

Việc chọn bao nhiêu cặp để tính toán không có quy định cụ thể, có thể là 2, 3, 4 hoặc nhiều hơn tùy thuộc vào sự phân tích của người thiết kế. Nói chung dùng càng nhiều cặp để tính toán thì độ tin cậy càng cao.

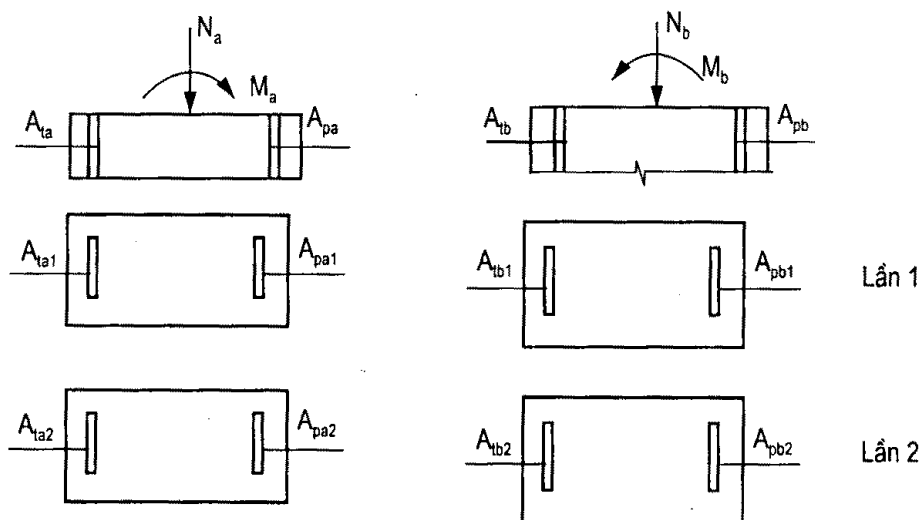
## 2.6.2. Tính toán cốt thép với nhiều cặp nội lực

### 2.6.2.1. Nguyên tắc chung

Khi đã chọn được một số cặp nội lực, nếu tính cốt thép đối xứng thì tiến hành tính cho tất cả các cặp rồi lấy giá trị lớn nhất để bố trí.

Khi đặt cốt thép không đối xứng với mục đích tiết kiệm cốt thép thì việc tính toán sẽ trở nên phức tạp hơn vì ứng với một cặp nội lực thường phải tính một số lần, cứ sau mỗi lần lại so sánh kết quả của các cặp khác nhau để điều chỉnh nhằm đạt được việc sử dụng cốt thép thật hợp lý, tiết kiệm. Để tiện theo dõi chúng ta đánh số các cặp nội lực là  $i = a, b, c, \dots$ , gọi cốt thép phía bên trái là  $A_t$ , bên phải là  $A_p$ , thứ tự các lần tính là  $j = 1, 2, \dots$ . Ký hiệu của một cốt thép trong quá trình tính toán là  $A_{tij}$  hoặc  $A_{pij}$ . Trong trường hợp cần phân biệt rõ ràng cốt thép chịu kéo hoặc chịu nén thì có thể thêm dấu phẩy cho cốt thép chịu nén, thí dụ, nếu ký hiệu  $A'_{tij}$  thì đã có ngụ ý cốt thép đó chắc chắn là chịu nén còn nếu ký hiệu  $A_{tij}$  là chung chung. Hình 2.17 nêu một thí dụ tiết diện được tính với hai cặp nội lực a, b ở hai lần tính. Khi cần phân biệt rõ ràng sự chịu lực của cốt thép có thể ký hiệu  $A'_{pa}$  và  $A'_{tb}$ .

Việc tính toán phụ thuộc vào các cặp mômen là cùng chiều hay khác chiều, tính toán theo nén lệch tâm lớn hay lệch tâm bé.



Hình 2.17. Sơ đồ đặt tên cốt thép các lần tính

### 2.6.2.2. Trường hợp các cặp mômen cùng chiều

Tính toán cốt thép không đối xứng với các cặp nội lực có mômen cùng chiều, trước hết tính cho tất cả các cặp và so sánh kết quả. Khi có một cặp nào đó cho  $A_t$  và  $A_p$  đều lớn nhất thì dừng việc tính toán và lấy kết quả đó để chọn thép.

Trường hợp có cặp a cho  $A_{ta1}$  lớn nhất còn một cặp khác, ví dụ cặp b, cho  $A_{pb1}$  lớn nhất (trong số các  $A_{pb1}$ ) thì tiếp tục tính với hai cặp đó, sau sẽ xử lý với các cặp còn lại. Hai cặp được xét thường có ít nhất một cặp được tính theo nén lệch tâm lớn.

Để dễ theo dõi, cho rằng cả hai cặp đều chịu mômen dương,  $A_p$  đóng vai trò cốt chịu nén  $A'$ ,  $A_t$  chịu kéo (hoặc nén ít). Kết quả tính lần thứ nhất cho  $A_{ta1} > A_{tb1}$  và  $A'_{pa1} < A'_{pb1}$  (thêm dấu phẩy vào  $A_p$  để nói rằng đó là cốt thép luôn luôn chịu nén).

#### a) Trường hợp cặp a nén lệch tâm bé

Cốt thép của cặp a không thể thay đổi, chỉ có thể thay đổi cốt thép cặp b (nén lệch tâm lớn). Xem lại khi tính cặp b đã dùng  $x$  bằng bao nhiêu. Khi đã lấy  $x = \xi_R h_0$  thì ngừng tính toán và dùng ngay  $A_{ta1}$  và  $A'_{pb1}$  để chọn cốt thép. Nếu đã lấy  $x < \xi_R h_0$  thì xóa bỏ kết quả, tính lại cặp b nhưng vẫn xem như tính lần thứ nhất, với  $x = \xi_R h_0$ , lúc này  $A'_{pb}$  vẫn lớn nhất thì ngừng tính toán, còn nếu lại phát hiện có cặp c nào đó mà  $A'_{pc1}$  là lớn hơn thì tiếp tục xử lý với cặp c như đã làm với cặp b.

#### b) Trường hợp cả hai cặp a, b đều nén lệch tâm lớn.

Tính lần thứ nhất có  $A_{ta1} > A_{tb1}$  và  $A'_{pa1} < A'_{pb1}$ .

Tính cặp a lần thứ hai với  $A'_{pa2} = A'_{pb1}$  sẽ được giá trị  $A_{ta2} < A_{ta1}$ . So sánh  $A_{ta2}$  với  $A_t$  của các cặp còn lại, nếu  $A_{ta2}$  vẫn lớn nhất thì dừng tính toán và chọn cốt thép theo  $A_{ta2}$  và  $A_{pa2}$ . Nếu phát hiện thấy có một cặp c nào đó mà  $A_{tc1} > A_{ta2}$  thì tiếp tục tính toán với cặp c như đã làm với cặp a.

### 2.6.2.3. Trường hợp các cặp mômen khác chiều

Tính toán cốt thép không đối xứng cho nhiều cặp nội lực có mômen khác chiều, trước hết cần tính toán cốt thép không đối xứng cho tất cả các cặp.

Khi có một cặp nào đó mà cả  $A_t$  và  $A_p$  đều lớn nhất thì dừng tính toán. Nếu không có cặp nào như thế thì trong các cặp mômen cùng chiều chọn ra một cặp đại diện để so sánh. Thí dụ chọn được cặp a chịu mômen dương, cặp c chịu mômen âm. Khi mà cả  $A_t$  và  $A_p$  của cặp này đều lớn hơn cặp kia thì loại bỏ cặp có cốt thép bé, chọn một cặp khác có mômen cùng chiều với cặp có cốt thép lớn để tính toán theo mục 2.6.2.2.

Khi mà mỗi cặp có cốt thép ở một phía lớn hơn của cặp kia thì tính toán theo các trường hợp sau:

a) Trường hợp cả hai cặp đều nén lệch tâm bé thì dùng tính toán, mỗi phía chọn theo cốt thép lớn nhất của phía đó.

b) Trường hợp một cặp nén lệch tâm lớn (thí dụ cặp a), cặp kia nén lệch tâm bé. Chỉ có thể thay đổi cốt thép của nén lệch tâm lớn. Khi cốt thép chịu kéo của nén lệch tâm lớn là bé hơn mà khi tính toán đã dùng  $x = \xi_R h_0$  thì dùng tính toán. Nếu khi tính toán dùng  $x < \xi_R h_0$  thì cần tăng  $x$ , tính lại để giảm cốt thép chịu nén và tăng cốt thép chịu kéo. Tùy theo kết quả tính lại này mà xử lý, dùng tính toán hoặc tính với cặp khác.

c) Trường hợp một cặp nén lệch tâm lớn, cặp kia nén lệch tâm bé mà cốt thép chịu kéo của nén lệch tâm lớn lại lớn hơn cốt thép cùng phía của nén lệch tâm bé thì cần tính lại với cặp nén lệch tâm lớn.

Thí dụ cặp a chịu mômen dương, nén lệch tâm lớn, cặp c chịu mômen âm nén lệch tâm bé mà:

$$A_{ta1} > A'_{tc1} \text{ còn } A'_{pa1} < A_{pc1}$$

Tính lại cặp a lần thứ hai với  $A'_{pa2} = A_{pc1}$  sẽ được  $A_{ta2} < A_{ta1}$ . Tùy theo kết quả tính lần hai mà xử lý, khi  $A_{ta2}$  vẫn là lớn nhất trong các  $A_{ti}$  thì dùng tính toán. Nếu có một cặp d nào đó mà  $A_{td} > A_{ta2}$  thì lại đem cặp ấy ra để so sánh và tính lại.

d) Trường hợp cả hai cặp đều nén lệch tâm lớn.

Lúc này các lần tính có thể nhiều hơn và tiến hành theo phương pháp tính lặp.

#### 2.6.2.4. Phương pháp tính lặp

Phương pháp tính lặp (hoặc tính vòng) cho hai cặp a, c nén lệch tâm lớn có mômen khác chiều, cốt thép không đối xứng mà trong lần tính thứ nhất mỗi cặp có cốt thép ở một phía lớn hơn của cặp kia. Cốt thép ở mỗi phía là chịu nén của cặp này và chịu kéo của cặp kia. Xét hai trường hợp sau:

a) Trường hợp 1. Cốt thép chịu nén lớn hơn.

Lúc này cần xem khi tính toán đã lấy  $x$  như thế nào. Nếu đã lấy  $x = \xi_R h_0$  thì dùng tính toán. Nếu đã lấy  $x < \xi_R h_0$  thì tăng  $x$  đến  $\xi_R h_0$  rồi tính lại. Sau khi tính lại mà cốt thép phía chịu nén vẫn lớn hơn thì dùng tính toán còn nếu xảy ra cốt thép chịu kéo lớn hơn thì tính tiếp theo trường hợp 2.

b) Trường hợp 2. Cốt thép chịu kéo lớn hơn.

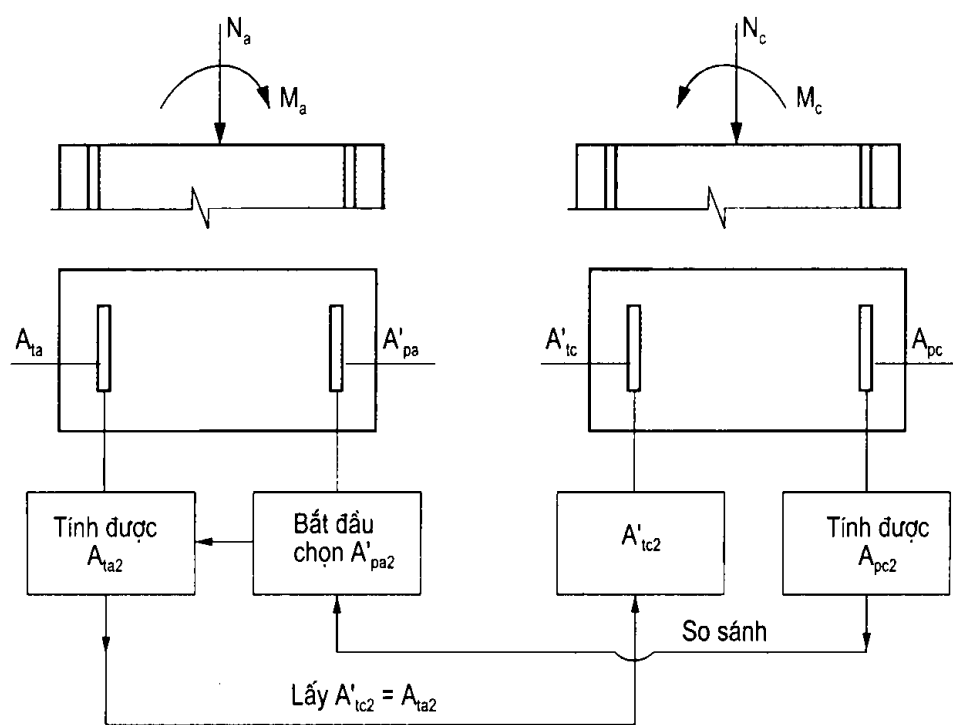
Thí dụ cặp a chịu mômen dương,  $A_{ta}$  chịu kéo còn cặp c chịu mômen âm,  $A_{pc}$  chịu kéo. Xảy ra:

$$A_{ta1} > A'_{tc1} \text{ và } A'_{pa1} < A_{pc1}$$

Tính lần thứ hai nên bắt đầu bằng cặp có cốt thép chịu kéo lớn nhất (thí dụ  $A_{ta1} > A_{pc1}$ ) và tính cốt thép chịu kéo ( $A_{ta2}$ ) khi đã chọn trước cốt thép chịu nén  $A'_{pa2}$ . Chọn  $A'_{pa2}$  như sau:

$A'_{pa1} < A'_{pa2} \leq A_{pc1}$ . Nên chọn:  $A'_{pa2} \geq 0,5 (A'_{pa1} + A_{pc1})$ . Biết cốt thép chịu nén  $A'_{pa2}$  tính ra cốt thép chịu kéo  $A_{ta2}$ . Nếu  $A_{ta2} < A'_{tc1}$  thì dừng tính toán. Việc tính lặp chỉ tiến hành khi  $A_{ta2} > A'_{tc1}$ .

Tính lần hai cho cặp c bằng cách chọn trước cốt thép chịu nén  $A'_{tc2} = A_{ta2}$ , tính được cốt thép chịu kéo  $A_{pc2}$ . So sánh  $A_{pc2}$  với  $A'_{pa2}$ . Sơ đồ tính toán một vòng thể hiện trên hình 2.18.



**Hình 2.18.** Sơ đồ một vòng tính lặp

Khi xảy ra  $A_{pc2} \leq A'_{pa2}$  thì dừng.

Nếu  $A_{pc2} > A'_{pa2}$  tiếp tục tính toán lần thứ ba với  $A'_{pa3}$  được chọn trước trong khoảng  $A'_{pa2} < A'_{pa3} \leq A_{pb2}$ . Với  $A'_{pa3}$  đã chọn tiếp tục tính toán một vòng mới cho đến khi tìm được  $A_{pc3}$  để so sánh với  $A'_{pa3}$ . Nếu kết quả chưa được như mong muốn thì tính tiếp vòng thứ 4, thứ 5. Tính như thế đến vòng thứ k (có thể  $k = 2; 3$  là đủ) khi  $A_{pck}$  có giá trị gần bằng  $A_{pak}$  thì dừng.

### 2.6.3. Nhận xét về phương pháp tính

Khi cần tính toán cốt thép cho một tiết diện chịu nhiều cặp nội lực khác nhau thì dùng phương pháp tính cốt thép đối xứng là đơn giản hơn. Càng đơn giản hơn nữa nếu dùng được họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên.

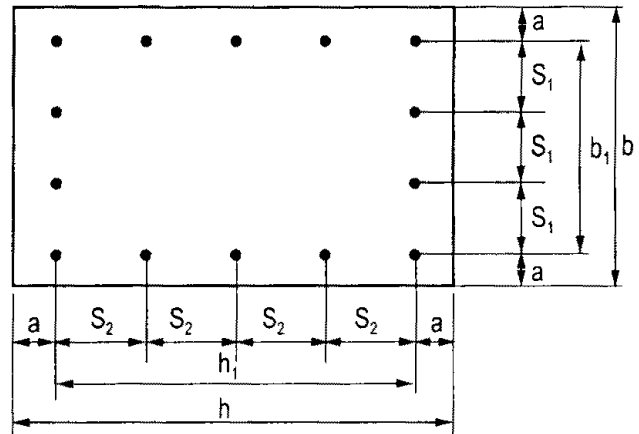
Việc tính cốt thép không đối xứng với nhiều cặp nội lực nhằm sử dụng cốt thép một cách tiết kiệm, hợp lý trong nhiều trường hợp là khá phức tạp và mang tính lý thuyết nhiều hơn. Để có thể vận dụng trong thực tế nên và cần lập các chương trình phần mềm, sử dụng máy tính.

## 2.7. TIẾT DIỆN CÓ CỐT THÉP ĐẶT THEO CHU VI

### 2.7.1. Đại cương về việc đặt cốt thép theo chu vi

Trong những phần trước đây đã trình bày cách tính toán cho trường hợp cốt thép chịu lực được đặt tập trung theo cạnh  $b$  có diện tích  $A'_s, A_s$  (hoặc  $A_t, A_p$ ). Khi cạnh  $h$  là khá lớn, theo yêu cầu cấu tạo, dọc theo cạnh  $h$  cần đặt thêm cốt thép dọc nhưng chỉ xem là cốt cấu tạo mà không kể vào trong tính toán.

Tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi là khi cốt thép chịu lực được đặt phân ra tương đối đều trên cả cạnh  $b$  và cạnh  $h$  và thường đặt đối xứng theo hai trục (hình 2.19). Gọi  $s_1$  và  $s_2$  là khoảng cách giữa các trục thanh cốt thép theo cạnh  $b$  và cạnh  $h$ . Khi dùng các thanh cùng đường kính  $\phi$  và  $s_1 = s_2$  có trường hợp đặt cốt thép đều theo chu vi.



Hình 2.19. Tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi

Thường chỉ có thể đặt cốt thép đều trong tiết diện hình vuông hoặc tiết

diện chữ nhật mà  $b_1, h_1$  là bội số của khoảng cách  $s$ . Khi đặt không đều thì nên tạo ra mật độ cốt thép theo cạnh  $b$  lớn hơn theo cạnh  $h$  bằng cách dùng  $s_1 < s_2$  hoặc chọn đường kính cốt thép đặt theo cạnh  $b$  lớn hơn.

Xét về mặt chịu lực, khi nén lệch tâm phẳng thì việc đặt thép theo chu vi ít hiệu quả hơn so với việc đặt thép tập trung dọc cạnh  $b$ . Tuy vậy khi kích thước tiết diện khá lớn, số lượng cốt thép khá nhiều thì việc đặt cốt thép theo chu vi làm cho thi công đơn giản hơn và không cần đặt thêm cốt thép cấu tạo. Hơn nữa khi cột có thể bị uốn theo hai phương thì việc đặt thép theo chu vi trở nên cần thiết.

### 2.7.2. Sơ đồ cốt thép và sơ đồ ứng suất

Tiết diện có kích thước  $b \times h$  trong đó  $h$  là cạnh song song với mặt phẳng uốn. Cốt thép được bố trí thành từng lớp vuông góc với cạnh  $h$  lần lượt có diện tích là  $A_1, A_2, \dots, A_n$  trong đó  $A_1$  và  $A_n$  là hai lớp ngoài cùng đặt theo cạnh  $b$  với  $A_1$  là cốt thép chịu kéo hoặc nén ít hơn,  $A_n$  là cốt thép chịu nén nhiều. Khoảng cách từ trọng tâm các lớp cốt thép đến trọng tâm tiết diện là  $y_i$ . Lấy dấu của  $y_i$  là dương khi cốt thép ở khác phía với lực nén  $N$  đặt lệch tâm,  $y_i$  là âm khi ở cùng phía (so với trọng tâm tiết diện). Gọi  $h_{oi}$  là khoảng cách từ trọng tâm cốt thép lớp thứ  $i$  đến mép vùng nén. Mọi  $h_{oi}$  đều dương (hình 2.20).

Để lập sơ đồ ứng suất, dùng các cơ sở và giả thiết đã nêu ở mục 1.6. Sẽ là thuận tiện hơn khi theo quan điểm biến dạng, dùng giả thiết tiết diện phẳng để xác định biến dạng  $\varepsilon_i$  của các lớp cốt thép, từ  $\varepsilon_i$  suy ra ứng suất  $\sigma_i$ .

Gọi  $x_0$  - khoảng cách từ trục trung hòa đến mép chịu nén;

$x$  - chiều cao vùng nén tính đối.

Khi tiết diện có một phần chịu kéo  $x_0 < h$ , lấy  $x = \theta h$  ( $\theta = 0,85$ ).

Khi toàn bộ tiết diện chịu nén,  $x_0 \geq h$ , lấy  $x$  theo công thức (1-22) có thể tính toán  $\varepsilon_i$  và  $\sigma_i$  theo các công thức (1-24) và (1-25).

Tiêu chuẩn TCXDVN 356 - 2005 đưa ra công thức thực nghiệm để xác định  $\sigma_i$ :

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left( \frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) + \sigma_{spi} \quad (2-54)$$

$\sigma_{spi}$  - ứng suất trước trong cốt thép, với cốt thép thường  $\sigma_{spi} = 0$ .

$\sigma_{sc,u}$  - ứng suất giới hạn của cốt thép ở vùng chịu nén, với cấu kiện làm từ bê tông nặng, bê tông hạt nhỏ, bê tông nhẹ giá trị  $\sigma_s$  được lấy như sau:

- Với tải trọng ở mục 2a của phụ lục 1 lấy  $\sigma_{sc,u} = 50\text{MPa}$

- Với tải trọng ở mục 2b, lấy  $\sigma_{sc,u} = 400\text{MPa}$ .

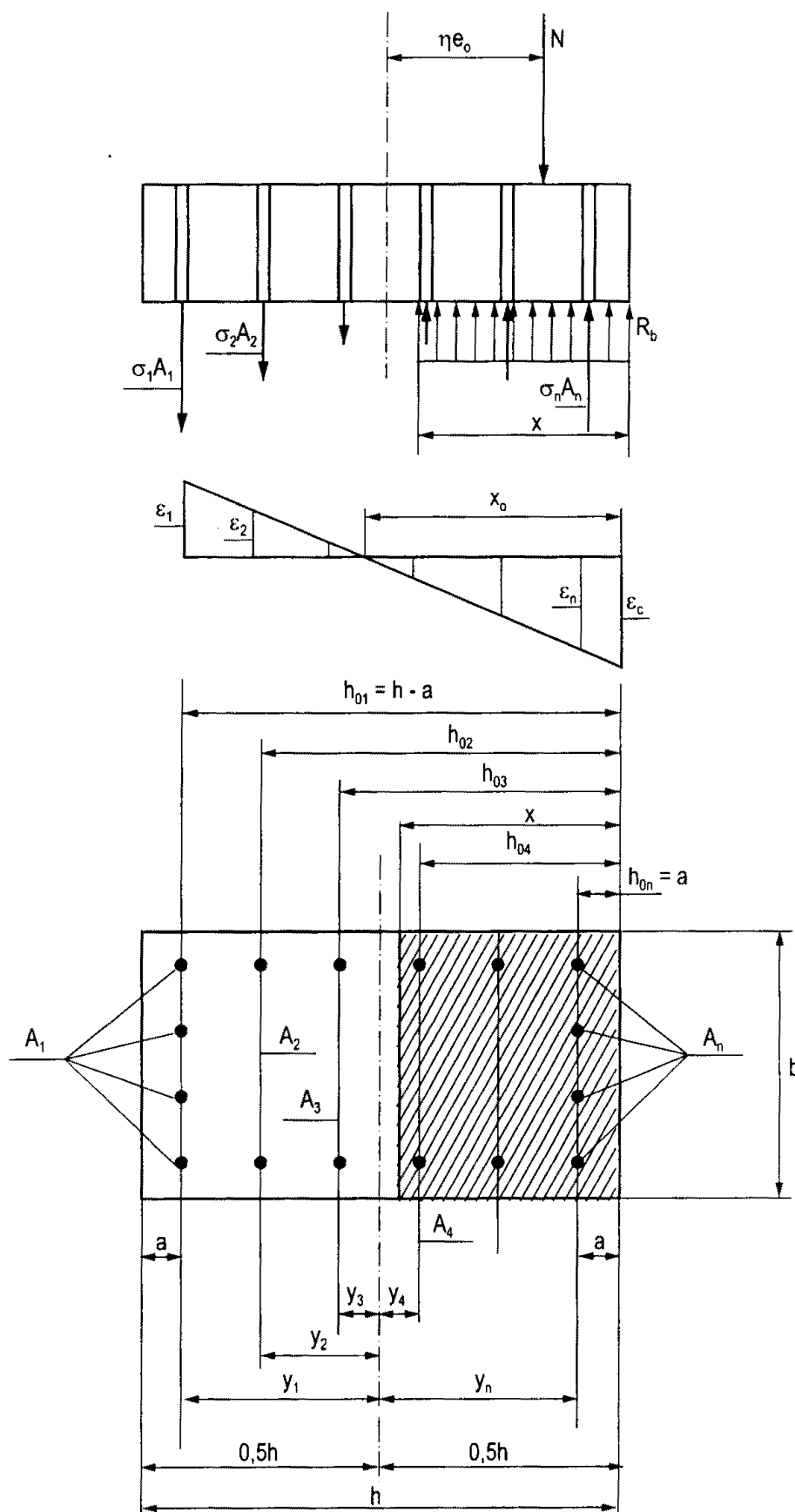
$$\omega = \alpha - 0,008R_b$$

Lấy  $\alpha = 0,85$  đối với bê tông nặng,  $\alpha = 0,8 \div 0,75$  đối với bê tông hạt nhỏ (xem phụ lục 4).

$\xi_i = \frac{x}{h_{oi}}$ . Chiều cao tương đối vùng chịu nén của bê tông.

Theo công thức (2-54) tính được  $\sigma_i > 0$  là ứng suất kéo,  $\sigma_i < 0$  là ứng suất nén. Giá trị của  $\sigma_i$  được lấy trong giới hạn  $-R_{sc} \leq \sigma_i \leq R_s$ .

Theo TCXDVN 356 : 2005 nếu giá trị  $\sigma_i$  tính theo công thức (2-54) đối với cốt thép nhóm CIV, AIV, AV, AVI, AT VII mà vượt quá  $\beta R_{si}$  thì phải tính lại theo chỉ dẫn của tiêu chuẩn (công thức 68, điều 6.2.2.19).



Hình 2.20. Sơ đồ ứng suất, biến dạng và tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi

### 2.7.3. Công thức tính toán cơ bản

Sơ đồ ứng suất đã lập ở hình 2.18 là tổng quát do đó không cần phân biệt nén lệch tâm là lớn hay bé, không cần các điều kiện  $x \leq \xi_R h_0$  và  $x \geq 2a'$  như khi tính với tiết diện thông thường có cốt thép đặt tập trung theo cạnh b.

Lập công thức hình chiếu:

$$N = R_b bx - \sum \sigma_i A_i \quad (2-55)$$

Công thức mômen:

$$M^* = N\eta e_0 = 0,5 R_b bx(h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i \quad (2-56)$$

Hai phương trình (2-55) và (2-56) được dùng đồng thời với phương trình (2-54).

Việc vận dụng các công thức, phương trình vừa nêu để tính cốt thép là khá phức tạp vì phải chọn trước vị trí các lớp cốt thép để xác định  $y_i$ ,  $h_{oi}$ , giả thiết quy luật phân bố diện tích các lớp cốt thép và thường phải dùng cách tính gần đúng dần. Để vận dụng trong thực tế thì lập và dùng họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên là thuận lợi hơn cả.

### 2.7.4. Lập biểu đồ tương tác

Về nguyên tắc có thể lập biểu đồ cho mọi trường hợp đặt cốt thép bất kỳ, tuy vậy thông dụng hơn cả là trường hợp cốt thép đối xứng theo hai trục. Phương pháp dùng biến số trung gian  $x$  là thuận lợi.

Lập biểu đồ cho một cấu kiện cụ thể khi đã biết kích thước tiết diện và bố trí cốt thép bằng cách cho  $x$  thay đổi, ban đầu lấy  $x = 0,1h$  rồi tăng dần từng cấp cho đến  $x = h$ . Với mỗi giá trị  $x$  tìm được một cặp  $N$  và  $M^*$ . Với  $x$  khá bé có thể tính được  $N < 0$ , ứng với trường hợp kéo lệch tâm, không dùng các giá trị đó. Chỉ lấy số liệu để vẽ biểu đồ khi  $N \geq 0$ .

Tính thêm một giá trị nữa với nén đúng tâm ( $M^* = 0$ ), lúc này  $N = R_b bh + R_{sc} \sum A_i$ . Khi có xét đến uốn dọc cần đưa thêm hệ số  $\varphi \leq 1$ ,

*Thí dụ.* Vẽ biểu đồ tương tác cho tiết diện ở hình 2.18 với các số liệu sau:

$b = 400$ ;  $h = 800\text{mm}$ ;  $l_0 = 6\text{m}$ ; bê tông có  $R_b = 14,5\text{MPa}$ ; cốt thép 16  $\phi$  22 có  $R_s = 365\text{MPa}$ ;  $E_s = 210.000$ ;  $a = 40\text{mm}$ . Số liệu về cốt thép ghi ở trong bảng:

Ký hiệu	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
Diện tích ( $\text{mm}^2$ )	1520	760	760	760	760	1520
$y_i$ (mm)	360	216	72	-72	-216	-360
$h_{oi}$ (mm)	760	616	472	328	184	40



Tính  $\sigma_i$  theo công thức (2.54) trong đó lấy  $\sigma_{sc,u} = 400\text{MPa}$ .

$$\omega = \alpha - 0,008 R_b = 0,85 - 0,008 \times 14,5 = 0,734.$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1,1} \left( \frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) = \frac{400}{1,1} \left( \frac{0,734}{\xi_i} - 1 \right) = 1202 \left( \frac{0,734}{\xi_i} - 1 \right)$$

Đồng thời -  $R_{sc} \leq \sigma_i \leq R_s$ , như vậy -  $365 \leq \sigma_i \leq 365$ .

x	A <sub>1</sub> h <sub>01</sub> = 760		A <sub>2</sub> h <sub>02</sub> = 616		A <sub>3</sub> h <sub>03</sub> = 472		A <sub>4</sub> h <sub>04</sub> = 328		A <sub>5</sub> h <sub>05</sub> = 184		A <sub>6</sub> h <sub>06</sub> = 40	
	$\xi_1$	$\sigma_1$	$\xi_2$	$\sigma_2$	$\xi_3$	$\sigma_3$	$\xi_4$	$\sigma_4$	$\xi_5$	$\sigma_5$	$\xi_6$	$\sigma_6$
80	×	365	×	365	×	365	×	365	0,434	365	2	-365
160	×	365	×	365	×	365	0,488	365	0,869	-186	×	-365
240	×	365	×	365	0,508	365	0,731	5	1,304	-365	×	-365
320	0,421	365	0,519	365	0,678	99	0,975	-297	1,739	-365	×	-365
400	0,526	365	0,649	157	0,847	-160	1,219	-365	×	-365	×	-365
480	0,631	196	0,779	-69	1,017	-334	1,463	-365	×	-365	×	-365
560	0,737	-5	0,909	-231	1,186	-365	×	-365	×	-365	×	-365
640	0,842	-154	1,039	-352	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365
720	0,947	-270	1,168	-365	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365
800	1,052	-363	1,298	-365	×	-365	×	-365	×	-365	×	-365

**Chú thích:** Những ô có đánh dấu × không cần tính toán  $\xi_i$  mà có thể lấy  $\sigma_i = R_s$  hoặc  $\sigma_i = -R_{sc}$ .

x	A <sub>1</sub> = 1520 y <sub>1</sub> = 360		A <sub>2</sub> = 760 y <sub>2</sub> = 216		A <sub>3</sub> = 760 y <sub>3</sub> = 72		A <sub>4</sub> = 760 y <sub>4</sub> = -72		A <sub>5</sub> = 760 y <sub>5</sub> = -216		A <sub>6</sub> = 1520 y <sub>6</sub> = -360	
	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>	$\sigma_A$ 10 <sup>3</sup>	$\sigma_{Ay}$ 10 <sup>6</sup>
80	554	199	277	59,8	277	19,9	277	-19,9	277	-59,8	-554	199
160	554	199	277	59,8	277	19,9	277	-19,9	-141	30,4	-554	199
240	554	199	277	59,8	277	19,9	4	-0,3	-277	59,8	-554	199
320	554	199	277	59,8	75	5,4	-225	16,2	-277	59,8	-554	199
400	554	199	119	25,7	-121	-8,7	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
480	298	107	-52	-11,2	-253	-18,2	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
560	-7	-2,5	-175	-37,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
640	-234	-84	-267	-57,6	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
720	-410	-147	-277	-59,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199
800	-551	-198	-277	-59,8	-277	-19,9	-277	19,9	-277	59,8	-554	199

x	$R_b b x$ $10^3$	$\Sigma \sigma A$ $10^3$	N $10^3$	$0,5R_b b x(h-x)$ $10^6$	$\Sigma \sigma A y$ $10^6$	$M^*$ $10^6$
80	464	1108	-644	167	398	565
160	928	967	-39	297	488	785
240	1392	281	1111	389	537	926
320	1856	-150	2006	445	539	984
400	2320	-556	2876	464	495	959
480	2784	-1115	3899	460	356	816
560	3248	-1567	4815	389	218	607
640	3712	-1886	5598	297	117	414
720	4176	-2072	6248	188	52	240
800	4640	-2213	6853	0	1	1

Với  $M^* = 0$ , cột chịu nén đúng tâm, lúc này phải kể đến uốn dọc theo phương yếu nhất.

Bán kính quán tính bé nhất  $i = 0,288 \times 400 = 115 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{6000}{115} = 52,2 > 28, \text{ cần kể uốn dọc}$$

$$\varphi = 1,028 - 0,0000288 \times 52,2^2 - 0,0016 \times 52,2 = 0,866$$

Tính  $N_0$  theo công thức (1-6):

$$N_0 = \varphi(R_b A_b + R'_s A_{st}) = 0,866 (14,5 \times 400 \times 800 + 365 \times 6080) = 5940000 \text{ Niu.}$$

Lấy giá trị của N không quá 5940 kN.

Trong kết quả tính toán có 1 số  $N < 0$ , chịu kéo lệch tâm. bỏ các số liệu đó. Ứng với  $N = 0$  tính được  $M^* = 790 \text{ kNm}$ . Kết quả vẽ biểu đồ ghi trong bảng sau:

N	0	1111	2006	2876	3899	4815	5598	5940
$M^*$	790	926	984	959	816	607	414	0

### 2.7.5. Họ biểu đồ không thứ nguyên

Họ biểu đồ được lập cho tiết diện có kích thước b, h bất kỳ và tỷ lệ cốt thép

$$\mu_s = \frac{A_{st}}{bh} \text{ bất kỳ với } A_{st} \text{ là diện tích toàn bộ cốt thép dọc.}$$

Tuy vậy cần dự kiến bố trí các lớp cốt thép để xác định các giá trị

$$\delta = \frac{a}{h}; \gamma_i = \frac{h_{oi}}{h}; \beta_i = \frac{y_i}{h}. \text{ Diện tích mỗi lớp cốt thép là } A_i = k_i A_{st} = \mu_i bh \text{ với } \mu_i = k_i \mu_s.$$

Như cách thể hiện trên hình 2-18 thì  $A_{st} = 16\phi$ ;  $A_1 = A_6 = 4\phi$  do đó  $k_1 = k_6 = \frac{4}{16} = 0,25$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = 2\phi; k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 0,125;$$

$$\text{Đặt : } n = \frac{N}{R_b bh}; \quad m = \frac{M^*}{R_b bh^2} = \frac{N\eta e_0}{R_b bh^2}$$

$$\xi = \frac{x}{h}; \xi_i = \frac{x}{h_{oi}} = \frac{\xi}{\gamma_i}$$

Đặt  $\rho_i = \frac{\sigma_i}{R_b}$ . Dùng công thức (2-54) biến đổi thành:

$$\rho_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{R_b \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} \left(\frac{\omega}{\xi} \gamma_i - 1\right)$$

$$\text{Đồng thời } -\frac{R_{sc}}{R_b} \leq \rho_i \leq \frac{R_s}{R_b}$$

Dùng công thức (2-55) và (2-56) biến đổi thành:

$$n = \xi - \sum \rho_i \mu_i \quad (2-57)$$

$$m = 0,5\xi(1 - \xi) + \sum \rho_i \mu_i \beta_i \quad (2-58)$$

Với các giá trị  $\xi$  khá bé tính ra được  $n < 0$ . Bỏ qua các giá trị đó. Ứng với  $\xi = 1$ , tính theo nén đúng tâm,  $m = 0$  và  $n = 1 + \frac{R_{sc}}{R_b} \mu_s$ .

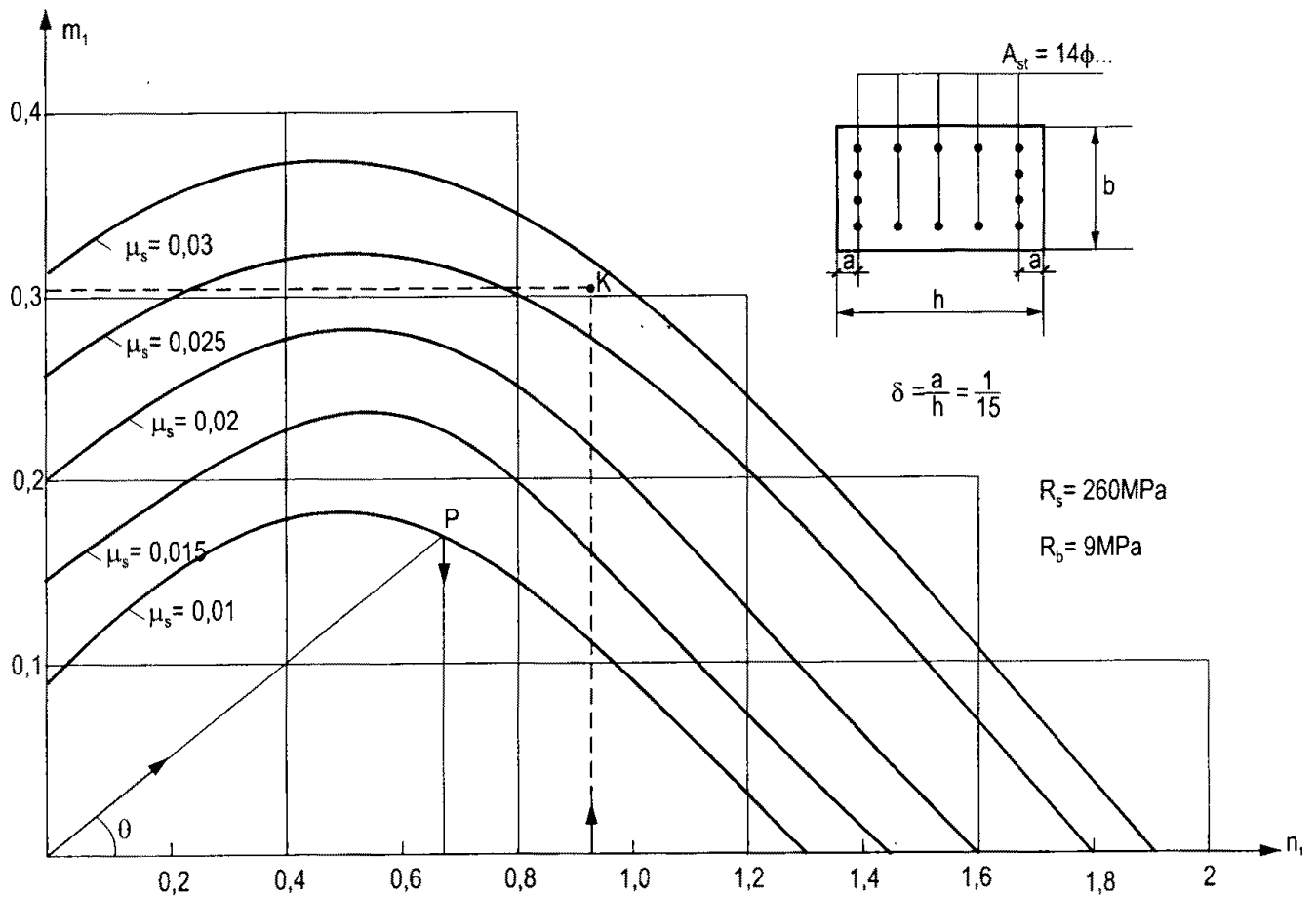
Mỗi biểu đồ được lập với một kiểu bố trí cốt thép thể hiện qua các hệ số  $k_i$  và các thông số  $\delta$ ;  $R_s$ ;  $R_b$ . Với  $\delta$  đã có sẽ tính ra các giá trị  $\gamma_i$ ;  $\beta_i$ . Với một giá trị  $\mu_s$  đã chọn cho  $\xi$  thay đổi từng cấp sẽ tính toán và vẽ được một biểu đồ. Cho  $\mu_s$  các giá trị khác nhau sẽ có một họ biểu đồ. Hình 2.21 giới thiệu một họ biểu đồ như vậy.

Vận dụng họ biểu đồ có thể để kiểm tra khả năng chịu lực hoặc để tính toán cốt thép. Trong các bài toán kiểm tra thì khi biết  $\eta e_0$  cần tìm lực  $N$  là khá phổ biến trong việc tính toán cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên sẽ trình bày ở chương 5. Thí dụ theo hình

2.21, tiết diện có  $\mu_s = 0,01 = 1\%$ . Với  $\text{tg}\theta = \frac{\eta e_0}{h} = 0,25$ , tìm  $N$ ?

Kẻ đường xiên góc  $\theta$  mà  $\text{tg}\theta = 0,25$  với chú ý tỷ lệ trên hai trục là khác nhau. Giá trị 0,25 là tỷ lệ giữa tung độ và hoành độ. Đường xiên cắt biểu đồ có  $\mu_s = 1\%$  tại điểm P, giống xuống tìm thấy  $n = 0,65$  từ đó tính được  $N = nR_b bh$ .

Để tính toán cốt thép, từ  $n$  và  $m$  tìm được điểm K nằm giữa hai đường với  $\mu_s$  cho trước. Nội suy được  $\mu_s$  cần thiết và tính:



**Hình 2.21.** Họ biểu đồ tương tác không thứ nguyên của tiết diện có cốt thép đặt theo chu vi

$$A_{st} = \mu_s bh \quad (2-59)$$

*Thí dụ.*

Tiết diện  $b = 400\text{mm}$ ,  $h = 600\text{mm}$ , bê tông có  $R_b = 9$ ; cốt thép có  $R_s = 260\text{MPa}$ .  $N = 2000\text{kN}$ ;  $M = 340\text{ kNm}$ . Chiều dài tính toán của cột  $l_0 = 5,4\text{m}$ . Yêu cầu tính toán cốt thép đặt theo chu vi.

Giả thiết:  $a = 40\text{mm}$ ,  $\delta = \frac{a}{h} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}$

Xét uốn dọc:  $\frac{l_0}{h} = \frac{5400}{600} = 9 > 8$

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 600^3}{12} = 72 \times 10^8 \text{ mm}^2$$

Ứng với  $R_b = 9$  có  $E_b = 24000\text{MPa}$ .

$$N_{th} = \frac{2,5E_b J}{l_0^2} = \frac{2,5 \times 24000 \times 72 \times 10^8}{5400^2} = 14800 \times 10^3 \text{ Niu}$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{th}}} = \frac{1}{1 - \frac{2000}{14800}} = 1,15$$

$$e_1 = \frac{M}{N} = \frac{340}{2000} = 0,17\text{m} = 170\text{mm} . \text{Độ lệch tâm ngẫu nhiên } e_a.$$

$$e_a \geq \left( \frac{5400}{600}; \frac{600}{30} \right) = 20\text{mm} . \text{Cấu kiện thuộc kết cấu siêu tĩnh } e_0 = \max(e_1, e_a) = 170\text{mm}.$$

$$\eta e_0 = 1,15 \times 0,17 = 0,195\text{m} = 195\text{mm}$$

$$n = \frac{N}{R_b b h} = \frac{2000 \times 1000}{9 \times 400 \times 600} = 0,926$$

$$m = \frac{N \eta e_0}{R_b b h^2} = \frac{2000000 \times 195}{9 \times 400 \times 600^2} = 0,301$$

Dự kiến dùng 14 thanh cốt thép đặt theo chu vi như trên hình 2.21. Với  $\delta = \frac{1}{15}$ ;

$R_s = 260$ ;  $R_b = 9$ , tra biểu đồ với  $n = 0,926$ ;  $m = 0,301$  có được điểm K nằm giữa hai biểu đồ với  $\mu_s = 0,025$  và  $0,03$ . Nội suy có  $\mu_s = 0,028$ .

$$A_{st} = 0,028 \times 400 \times 600 = 6720\text{mm}^2$$

Bố trí 14 thanh, diện tích mỗi thanh:  $\frac{6720}{14} = 480\text{mm}^2$ . Chọn dùng cốt thép  $\phi 25$  có diện tích  $491\text{mm}^2$  (hình 2.23).

Chú ý rằng họ biểu đồ ở hình 2.21 mang nhiều tính tượng trưng, chưa đủ độ chính xác để dùng cho thiết kế thực tế. Ở phụ lục 9 cho một số biểu đồ có thể dùng được.

### 2.7.6. Phương pháp gần đúng xác định N

Khi biết độ lệch tâm  $\eta e_0$  cần xác định N mà không có biểu đồ tương tác phù hợp để dùng thì có thể tính toán như sau:

Tính ước chừng chiều cao vùng nén x theo công thức (2-60):

$$x = (0,5h - \eta e_0) + \sqrt{(0,5h - \eta e_0)^2 + \frac{0,8R_s A_{st}(h - 2a)}{R_b b}} \quad (2-60)$$

Lấy hai giá trị x để tính toán là  $x_1$  và  $x_2$  với  $x_1 = x + \alpha_1 h$ ;

$x_2 = x + \alpha_2 h$ . Giá trị  $\alpha_1, \alpha_2$  lấy phụ thuộc vào tỷ số  $x/h$  theo bảng sau:

x/h	≤ 0,1	0,1 ÷ 0,2	0,2 ÷ 0,3	0,3 ÷ 0,4	0,4 ÷ 0,5	0,5 ÷ 0,6	0,6 ÷ 0,7	0,7 ÷ 0,8	0,8 ÷ 0,9	≥ 0,9
α <sub>1</sub>	0,1	0,05	0	-0,05	-0,1	-0,15	-0,2	-0,25	-0,3	-0,35
α <sub>2</sub>	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0	-0,05	-0,10	-0,15	-0,2

Ứng với mỗi x đã chọn, tính toán σ<sub>i</sub> của các lớp cốt thép theo công thức (2-54). Từ đó tính hai giá trị của N là N<sub>1</sub> và N<sub>2</sub>. Tính N<sub>1</sub> theo công thức (2-55) đã lập:

$$N_1 = R_b b x - \sum \sigma_i A_i$$

Tính N<sub>2</sub> theo công thức (2-61) rút ra từ (2-56):

$$N_2 = \frac{M^*}{\eta e_0} = \frac{0,5 R_b b x (h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i}{\eta e_0} \quad (2-61)$$

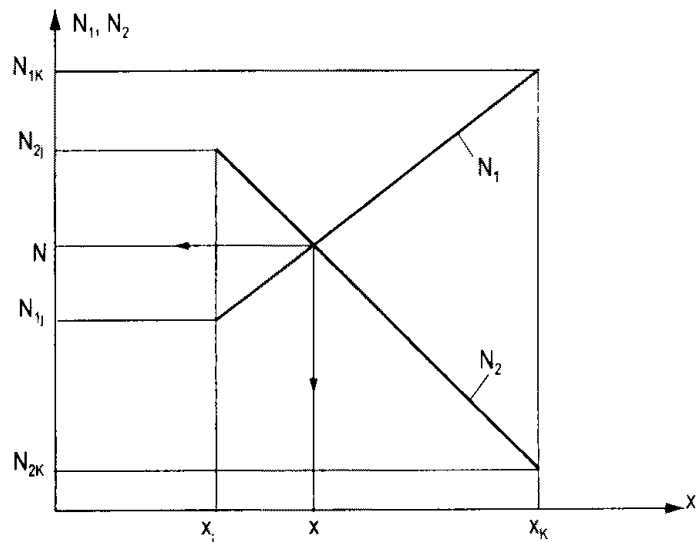
Với hai giá trị x tìm được hai cặp N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> như vậy. Ghi kết quả vào bảng sau:

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
N <sub>1</sub>	N <sub>11</sub>	N <sub>12</sub>
N <sub>2</sub>	N <sub>21</sub>	N <sub>22</sub>

Có thể xác định N gần đúng bằng đồ thị hoặc bằng tính toán. Vẽ đồ thị N<sub>1</sub> và N<sub>2</sub> theo x. Điểm cắt nhau của hai đồ thị cho biết giá trị của N (hình 2.22).

Với hai giá trị của x như đã chọn khả năng hai đồ thị N<sub>1</sub> và N<sub>2</sub> cắt nhau là rất lớn. Nếu chúng vẫn chưa cắt nhau thì cần phán đoán để chọn thêm một giá trị x mới ngoài hai giá trị đã có.

Cũng có thể lập công thức để tính toán N dựa trên các số liệu N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> đã có. Trước hết cần biết khoảng x<sub>j</sub>, x<sub>k</sub> mà trong khoảng đó hai đồ thị cắt nhau. Tiêu chí để nhận biết là : N<sub>2j</sub> < N<sub>1j</sub> trong khi N<sub>2k</sub> > N<sub>1k</sub> (hoặc ngược lại).



Hình 2.22. Đồ thị xác định giá trị N

$$N = \frac{N_{1j}(N_{2k} - N_{2j}) - N_{2j}(N_{1k} - N_{1j})}{N_{1j} + N_{2k} - N_{2j} - N_{1k}} \quad (2-62)$$

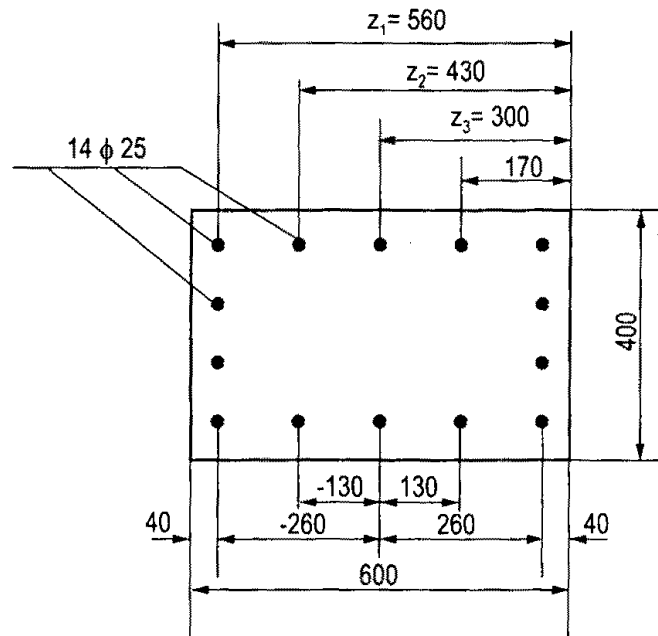
Thực chất của phương pháp vừa trình bày cũng là phương pháp vẽ biểu đồ tương tác nhưng không vẽ toàn bộ biểu đồ mà chỉ tính toán cho một đoạn với hai điểm. Tính chất gần đúng ở công thức (2-62) là xem ở trong đoạn đang xét sự thay đổi của  $N_1$  và  $N_2$  theo quy luật đường thẳng.

*Thí dụ.* Lấy kết quả của thí dụ ở mục 2.7.5. Yêu cầu xác định lực  $N$  khi cho  $\eta_{e0} = 195\text{mm}$ ;  $R_b = 9$ ;  $R_s = 260\text{MPa}$ .

Tiết diện thể hiện trên hình 2.23. Các số liệu về cốt thép dùng để tính toán ghi ở bảng sau:

Ký hiệu	Cấu tạo	Diện tích	$y_i$	$Z_i$
$A_1$	4 $\phi$ 25	1964	260	560
$A_2$	2 $\phi$ 25	982	130	430
$A_3$	2 $\phi$ 25	982	0	300
$A_4$	2 $\phi$ 25	982	-130	170
$A_5$	4 $\phi$ 25	1964	-260	40

$$A_{st} = \sum A_i = 14\phi 25 = 6874\text{mm}^2.$$



**Hình 2.23.** Tiết diện đặt thép theo chu vi

Tính  $x$  theo công thức (2-60):

$$x = (300 - 195) + \sqrt{(300 - 195)^2 + \frac{0,8 \times 260 \times 6874 \times 520}{9 \times 400}} = 570\text{mm}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{570}{600} = 0,95. \text{ Lấy hai giá trị của } x \text{ là } x_1 \text{ và } x_2$$

$$x_1 = x + \alpha_1 h \text{ với } \alpha_1 = -0,35; x_1 = 570 - 0,35 \times 600 = 360\text{mm}$$

$$x_2 = x + \alpha_2 h = 570 - 0,2 \times 600 = 450\text{mm}$$

Tính  $\sigma_i$  theo công thức (2.54) với  $\omega = 0,85 - 0,008 \times 9 = 0,778$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left( \frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) = \frac{400}{1 - \frac{0,778}{1,1}} \left( \frac{0,778}{\xi_i} - 1 \right) = 1366 \left( \frac{0,778}{\xi_i} - 1 \right)$$

$\xi_i = \frac{x}{h_{oi}}$ . Đồng thời -  $R_s \leq \sigma_i \leq R_s$ , tức là:  $-260 \leq \sigma_i \leq 260$ .

Lớp cốt thép	$x_1 = 360$		$x_2 = 450$	
	$\xi_i$	$\sigma_i$	$\xi_i$	$\sigma_i$
$A_1, h_{01} = 560$	0,643	260	0,803	-42
$A_2, h_{02} = 430$	0,837	-97	1,046	-260
$A_3, h_{03} = 300$	1,0	-260	1,433	-260
$A_4, h_{04} = 170$	2,11	-260	2,53	-260
$A_5, h_{05} = 40$	9,0	-260	10,75	-260

Kết quả tính toán về lực:

x	$A_1 = 1964$ $y_2 = 260$		$A_2 = 982$ $y_2 = 130$		$A_3 = 982$ $y_3 = 0$		$A_4 = 982$ $y_4 = -130$		$A_5 = 1964$ $y_5 = -260$	
	$\sigma A$ $10^3$	$\sigma Ay$ $10^6$	$\sigma A$ $10^3$	$\sigma Ay$ $10^6$	$\sigma A$ $10^3$	$\sigma Ay$ $10^6$	$\sigma A$ $10^3$	$\sigma Ay$ $10^6$	$\sigma A$ $10^3$	$\sigma Ay$ $10^6$
360	510	132,6	-95	-12,3	-255	0	-255	33,1	-510	132,6
450	-82,5	-21,4	-255	-33,1	-255	0	-255	33,1	-510	132,6

$$N_1 = R_b b x - \sum \sigma_i A_i y_i$$

$$N_2 = \frac{M^*}{\eta e_0} = \frac{0,5 R_b b x (h - x) + \sum \sigma_i A_i y_i}{\eta e_0}$$

x	$N_1$	$N_2$
360 (j)	1901	2264
450 (K)	2977	1193

$$N = \frac{N_{1j}(N_{2K} - N_{2j}) - N_{2j}(N_{1K} - N_{1j})}{N_{1j} + N_{2K} - N_{2j} - N_{1K}}$$



$$N = \frac{1901(1193 - 2264) - 2264(2977 - 1901)}{1901 + 1193 - 2264 - 2977} = 2083 \text{ kN}$$

**Ghi chú:** Trường hợp có biểu đồ tương tác thì việc xác định  $N$  sẽ đơn giản hơn. Biểu đồ phù hợp có các thông số sau:  $R_b = 9$ .

$$R_s = 260 \text{ MPa}; \frac{a}{h} = \frac{40}{600} = \frac{1}{15}, \text{ cốt thép gồm } 14\phi \text{ được bố trí thành } 5 \text{ hàng trong đó}$$

hàng thứ nhất ( $A_1$ ) và hàng thứ 5 ( $A_5$ ) có 4  $\phi$ , các hàng khác có 2 $\phi$ . Họ biểu đồ ở hình 2.21 có các thông số phù hợp như vậy.

Giả thử biểu đồ ở hình 2.21 có được độ chính xác cần thiết thì cách tìm giá trị  $N$  như sau:

$$\text{Tính } A_{st} = 14\phi 25 = 6874 \text{ mm}^2;$$

$$\mu_s = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{6874}{400 \times 600} = 0,0286 = 2,86\%$$

$$\text{tg}\theta = \frac{\eta e_0}{h} = \frac{195}{600} = 0,325$$

Kẻ đường xiên góc với  $\text{tg}\theta = 0,325$  gặp các biểu đồ:

Với  $\mu_s = 0,025$  tìm được  $n = 0,87$

$\mu_s = 0,030$  tìm được  $n = 0,98$

Nội suy, với  $\mu_s = 0,0286$  có  $n = 0,94$

$$N = n.R_b b h = 0,94 \times 9 \times 400 \times 600 = 2030000$$

$$N = 2030 \text{ kN}$$

Kết quả có sai số so với tính toán (sai số do tính toán gần đúng và do độ chính xác của biểu đồ).